高速回転および巨大変形の極限状態における原子核構造

Nuclear Structure at High-Spin and Large-Deformation

清水良文
九州大学大学院理学研究院物理学部門

Yoshifumi R. Shimizu
Department of Physics, Faculty of Sciences, Kyushu University

概 要

有限な量子多体系である原子核は多様で不思議な性質を示す。原子核構造研究の目的はそれらを核子多体問題の立場から理解することである。最近では、特に自然に存在する安定核の基底状態近傍から遠く離れた「極限状態」を調べることによって、原子核の示す新たな様相の研究に興味が集まっている。この講義では、近年重イオン核融合反応とそれに伴って出てくるガンマ線の同時計測技術の進展によって飛躍的に広がった「大きな角運動量を持つ状態」すなわち「高速回転」の極限状態、における原子核構造について解説したい。実際にどのようにして高速回転状態を調べるかという実験的なことも含め、初等的なことから初めて高スピン状態の物理を概観する。また、高速回転状態では容易に実現する「巨大変形」の極限状態についても触れたい。

Abstract

Atomic nucleus is a finite quantal system and shows various marvelous features. One of the purposes of the nuclear structure study is to understand such features from a microscopic viewpoint of nuclear many-body problem. Recently, it is becoming possible to explore nuclear states under "extreme conditions", which are far different from the usual ground states of stable nuclei, and new aspects of such unstable nuclei attract our interests. In this lecture, I would like to discuss the nuclear structure in the limit of rapid rotation, or the extreme states with very large angular momenta, which became accessible by recent advent of large arrays of gamma-ray detecting system; these devices are extremely useful to measure coincident multiple γ-rays following heavy-ion fusion reactions. Including such experimental aspects as how to detect the nuclear rotational states, I review physics of high-spin states starting from the elementary subjects of nuclear structure study. I would like also to discuss the extreme states with very large nuclear deformation, which are easily realized in rapidly rotating nuclei.

1 Introduction

これまでのいろいろな研究によって安定核の基底状態近傍の性質の理解はかなり進み、最近では加速器技術の発達や測定器技術の進展によって可能になってきた、原子核の「極限状態」を探る研究に興味が持たれている。極限状態としては、不安定核の極限 — 中性子数と陽子数が大きく違う高アイソスピン極限 — が特に最近、理研を中心に日本でも活発に研究が進められているが、1970 年代後半から世界的に進展してきた高速回転核の極限 — 高スピン極限 — も、これからこの講義で解説するように大変興味深い研究対象である。

よく言われるように原子核は典型的な有限量子多体系である。このことにより、構成粒子である核子の一粒子的励起モードに加えて、より特徴的な集団運動の素励起モードが現れる。もちろん原子核は孤立した自己束縛系であり、このような集団運動モードも核内核子のコヒーレントな運動によるものである。従って、原子核の示すいろいろな性質を理解するためには、これら二つの素励起モードの間の競合が極めて重要であり、それを微視的観点から研究することは原子核構造物理の主要な研究テーマの一つである。

原子核の回転運動は典型的な集団運動であり、核図表の非常に広い範囲の原子核に渡って観測されている。このような原子核の回転運動と独立粒子運動との競合を調べるもっとも手っ取り早い方法は、角運動量の大きな高速回転極限状態を研究することである。回転運動は「回転不変性」という基本的な対称性に関係しており、従って角運動量は良い量子数になるので、このような高スピン状態を生成しそれを同定することは比較的容易に行なうことができる。すなわち、典型的には重イオン核融合反応によって大きな角運動量を持ち込み、できた融合核から出てくるたくさんの γ–線を観測することによって、それぞれの角運動量固有状態を観測するわけである。

近年では、一つの反応からでてくる莫大な数の γ–線の多重同時計測を実現する、多くのセグメントから成る高分解能クリスタルボールと呼ばれる γ–線検出装置が工夫され、これによって高スピン状態のインビーム分光学的研究は非常に進展し、原子核構造の研究の新たな局面が切り開かれている。特に、このような新しいタイプの実験により次のような基本的な疑問が挙げられ、それに対する答えを出すべく研究が続けられている。例えば、そもそも原子核はどのように回転するのか? どれぐらい速く回転できるのか、あるいは、どれだけ大きな角運動量を持てるのか? また、独立粒子運動や他の例えば振動運動などの集団運動に対して、回転運動はどのような影響を与えるのか? 回転にともなって新しいタイプの「相転移」が現れるのか? ... など。

今年の夏の学校の講義では 1970 年代終りに本格的に始まり、ここ 20 年あまりの研究の結果得られた、この高スピン極限状態での原子核構造の知見のレビューを行なった。また、高速回転状態では大きな変形が有利になり、基底状態では考えもつかない巨大な変形状態が実現する。このような巨大変形極限状態についても議論を行なった。また、夏の学校では大学院に入学したばかりの修士 1 年の諸君が多く参加するので、講義の前半では原子核はどのように変形し回転を起こすのかという核構造論の基礎的なことから出発し、高速回転の極限でどのような変形状態および回転状態が実現するのか、また、それがどのような現象として現れ観測されるのかを説明した。また、後半では巨大変形状態の最近の研究を含め、いくつかのより最近の話題について議論した。この報告ではそれらの夏の学校で行なった講義の内容をまとめるが、すべての内容を網羅することは不可能なので、より詳しい内容については最後に挙げた参考文献等を参照していただきたい。

2 Nuclear Structure near the ground state — preliminaries —

本節では、先の高スピンでの原子核構造の理解に必要な、最小限度の基本的な事項を簡単に解説する。もちろん、これは一般的な意味での核構造の勉強に必要なことのごく一部であり、より進んだ学習のためには例えば教科書 [1, 2, 3, 4] などを参照のこと。

2.1 Single-particle vs. collective motions

原子核の性質を理解する上で最も重要なことは、原子中の電子の場合と同様に独立粒子運動の概念が成立していることである。つまり、核子全体の作る平均場とその中を運動する一粒子軌道が意味を持ち、かつそれが大変有用なことである。核力が強く、原子核の性質の一部がいわゆる液滴模型で記述されることを考えるとこれは驚くべきことである。原子核の平均ポテンシャルが構成核子の運動を平均して得られることから、原子核全体としての動的運動である集団運動は、この平均ポテンシャルの時間に依存した動的運動として捉えられる。そして、核子の独立粒子運動と平均ポテンシャルの運動の間の自己無撞着性から、それらの運動モードの間の相関、または、素励起モード間の相互作用が導かれる。この考え方は核力が短距離相互作用でありことに基づいており、独立粒子運動と集団運動を微視的立場から統一的に理解する時の出発点となる考え方である。

このようにして、平衡状態としての基底状態の性質によって決まり、それに付随した集団運動を特徴づける「一般化された殻模型」(あるいは一般化された平均場理論) の概念に到達する。例えば、閉殻近傍の原子核では球形殻模型 (j-j 結合殻模型) が成立することがよく知られており、これは閉殻に 1 つ核子が付いた核のスピン・パリティーや磁気モーメントをうまく記述する。これはこれらの閉殻近傍の核の平衡状態が球形であることを意味する。そして、基底状態近傍に現れる低励起集団運動モードも、原子核の飽和性に注意すると体積を変化させないような角運動量 $L = 2, 3, ..$ を持った振動運動の振動子 (phonon) であることがわかり、その低励起スペクトルは振動子の角運動量 L に比例した等間隔 $(I = 0, L, 2L, ...)$ のものになる。これに対して、閉殻により多くの核子を加えると、変形した方が有利になり原子核の平衡状態は変形する。その場合、奇核の基底状態のスピン・パリティーや非常に大きな四重極モーメントなどを理解するためには、以下で述べる変形殻模型 (Nilson model) が有効になる。また、変形が起こったために低励起集団運動は $I(I+1)$ に比例する回転スペクトルを示す (もちろん変形した状態からの振動運動も存在する)。このような核子数を変化させた時に、特に低励起スペクトルにはっきり現れる、基底状態の球形から変形への質的変化は物性系の場合の類似性から「相転移」と呼ばれるが、それは (秩序パラメータが変形度であるような) 原子核の平均場の平衡状態の変化として捉えられるわけである。そのよく知られた典型例を図 1 に示す。もう一つの例としては、後に回転核での「回転する平均場」に基づく回転殻模型によって、高速回転核でのスペクトルが見事に説明できることを見るであろう。

上で述べた一般化された殻模型に対しては、多くの場合「自発的対称性の破れ」の概念が伴っていることに注意しよう。すなわち、状況によっては系のハミルトニアンの対称性を破った状態がエネルギー的に有利になり、基底状態として現れる。この「自発的対称性の破れ」の概念は非常に一般的なものであり、素粒子物理や物性物理での相転移を理解するためのキーポイントである。ただし、これら無限系の場合と違って、有限系の原子核においては「自発的対称性の破れ」の概念は、あくまでも平均場近似を導入したことに伴って現れる近似的な

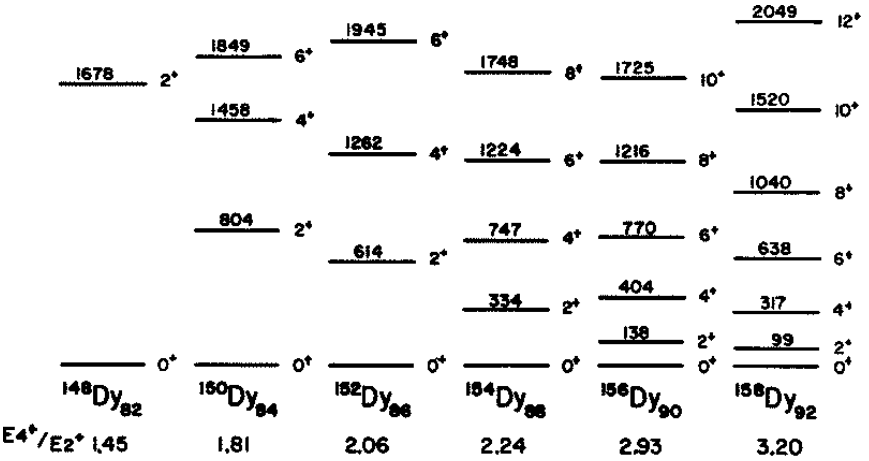

図 1: $_{66}$Dy 同位体 (A =148–158) の低励起スペクトルに見られる球形–変形相転移の例。$E_{4^+}/E_{2^+} = 2$ になるのが球形の四重極振動スペクトル、$10/3$ になるのが変形した場合の回転スペクトルである。

ものである。厳密な基底状態は対称性を破ってはおらず、対称性を破った平均場近似の基底状態はその対称性を回復させなければならない。変形に伴って現れる集団的回転運動は、まさにこの破った対称性を回復させる運動モードである。無限系の場合、そのようなモードの存在は「南部–Goldstone の定理」として知られており、その南部–Goldston モードのエネルギーは厳密に零になるが、実際、原子核の場合にも回転運動の励起エネルギー (偶々核の場合の 2^+ 励起エネルギー) は他の励起状態と比べて非常に低くなっている。集団的回転運動が回転不変性を回復することは、ある軸の回りに回転対称性を破った密度変形を持った変形状態が実現した時 (内部座標系)、それをその軸の回りに回転させると (実験室系) 密度分布がその軸の回りに対称になることから容易にわかるであろう。このように、対称性の破れに伴う一般化された殻模型は、内部座標系 (intrinsic system) での描像に対応しており、現実の物理量を計算する時には実験室系での量に変換する必要があることに注意しておこう。

2.2 Static mean-field theory — Hatree-Fock-Bogoliubov method

対称性の破れによってどのように変形状態が現れるかを微視的観点から見るには、時間に依存しない静的な (static) 平均場近似理論を用いる。第二量子化した表示によってこのことを簡単に見てみよう。出発点になるのは球形殻模型のハミルトニアンであり、その基底状態 (フェルミ面まで核子が詰まった状態) および n 粒子–n 空孔状態 ($n = 1, 2, 3, ...$) は核子多体空間の完全系をなす:

$$H = h_{\rm sph} + v. \tag{2.1}$$

ただし、$h_{\rm sph}$ が球形の平均ポテンシャルで v がその球形核子軌道間に働く 2 体の核子間の有効相互作用である (一般には有効相互作用には多体力が現れるがここでは簡単のため 2 体力のみを仮定する)。核子の生成・消滅演算子を $(c^\dagger_\alpha, c_\alpha)$ としよう。ただし、$\alpha = (nljm, m_\tau)$ は主量子数 (n)、軌道角運動量 (l)、軌道+スピンの全角運動量 (j)、その z–成分 (m) とアイソスピンの 3–成分 ($m_\tau = \pi, \nu$) をまとめて表す。これにより、

$$h_{sph} = \sum_\alpha \epsilon_\alpha c^\dagger_\alpha c_\alpha, \qquad v = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta;\gamma\delta} c^\dagger_\alpha c^\dagger_\beta c_\delta c_\gamma, \tag{2.2}$$

である。原理的にはこのハミルトニアンを、角運動量を良い量子数とする全 n 粒子–n 空孔状態基底で対角化すると厳密な基底状態が得られる。しかしながら、よく知られているように対角化の次元が膨大な数になるために、この方法は核子数の小さな原子核や閉殻のごく近傍の原子核にしか応用できない。例えば、典型的な変形核である希土類核に適用するためには、陽子は Z =50–82 の軌道、中性子は N =82–126 の軌道をとるが、その場合には、$I^\pi = 0^+$ 状態で約 4.1×10^{13}、$I^\pi = 2^+$ 状態で約 3.5×10^{14} の対角化の次元が必要である。これを厳密に取り扱うのは如何に計算機が発達しても不可能であろう (しかしながら、最近になってこの困難を非常にうまく逃れることによって、厳密な計算が可能になりつつある [5])。

厳密な取り扱いの困難は、対称性の破れの考え方を用いた平均場近似を行なうことより避けることができる。(2.1) の一粒子ハミルトニアン $h_{\rm sph}$ と有効相互作用 v は球形の平均場近似の下で v の期待値が零になるように取られている。つまり、$|\phi\rangle$ が回転対称性を保持している限り、平均場近似の最小エネルギー状態では $\langle\phi|v|\phi\rangle = 0$ である。そこで、回転不変なしかし極めて複雑な形の厳密な固有状態を、回転不変性を破ったしかし比較的単純な平均場近似状態 (核子数不変性を破らなければ Slater 行列式状態) で近似することによって、この残留相互作用の効果をできるだけ取り入れようというわけである。回転対称性の破れを議論するためには、(2.2) の一般的な形を角運動量を良い量子数にする表示に書き換えておく必要がある。一般に、球対称の平均場および残留相互作用は

$$h_{\rm sph} = \sum_a \epsilon_a [c_a^\dagger c_a]_{00}, \tag{2.3}$$

$$v = v^{(F)} = \frac{1}{2} \sum_{abcdL} v^{(F)}_{ab;cd}(L) \; :[[c_a^\dagger c_b]_L [c_c^\dagger c_d]_L]_{00}:, \tag{2.4}$$

または、同値な別な表現として

$$v = v^{(G)} = \sum_{abcdL} v^{(G)}_{ab;cd}(L) \, [[c_a^\dagger c_b^\dagger]_L [c_d c_c]_L]_{00}, \tag{2.5}$$

と表される。ここで $[**]_{LM}$ は括弧内の物理量を角運動量 LM に組むことを、また、$:**:$ は生成・消滅演算子に対して正規順序 (normal ordering) を取ることを表し、$a = (nlj, m_\tau)$ は α の中で角運動量の z–成分のみを除いたものである。(2.4) 式の形は残留相互作用を粒子–空孔 (p-h) チャネルで見たものであり、長距離相関を取り扱うのに優れている。これに対し、(2.5) 式の形は空孔–空孔・粒子–粒子 (p-p, h-h) チャネルでの相互作用で短距離相関を取り扱うのに便利な表現である。後に見るように短距離相関を取り込むには、核子数の保存則さえも破った平均場近似を行なうのがよく、これによって原子核の超伝導状態を取り扱うことができる。このような一般的に対称性を破った平均場近似の状態を $|\phi\rangle$ とすると、それに付随した平均場の一粒子ハミルトニアンは

$$h_{\rm def} = \sum_a \epsilon_a [c_a^\dagger c_a]_{00} + \sum_{abLM} \Gamma_{ab}(LM) [c_a^\dagger c_b]_{LM} + \sum_{abLM} \Delta_{ab}(LM) ([c_a^\dagger c_b^\dagger]_{LM} + [c_d c_c]_{LM}), \tag{2.6}$$

となる。ここで、回転対称性を破る平均場 $\Gamma_{ab}(LM)$ $(L > 0)$ や、核子数保存則を破る平均場 $\Delta_{ab}(LM)$ は次のように与えられる:

$$\Gamma_{ab}(LM) = \sum_{cd} v^{(F)}_{ab;cd}(L) \, \langle\phi|[c_c^\dagger c_d]_{LM}|\phi\rangle, \tag{2.7}$$

$$\Delta_{ab}(LM) = \sum_{cd} v^{(G)}_{ab;cd}(L)\,\langle\phi|[c_d c_c]_{LM}|\phi\rangle = \sum_{cd} v^{(G)}_{cd;ab}(L)\,\langle\phi|[c^\dagger_c c^\dagger_d]_{LM}|\phi\rangle. \tag{2.8}$$

平均場近似でもっともエネルギーの低い状態は、(2.6) 式を対角化して得られる一粒子状態状態によって得られる。これは一粒子状態に対する対角化であるので、その次元は厳密な多体状態のそれとは比べものにならないぐらい小さい。もちろん、(2.6) 式に現れる平均場に出てくる $\Gamma_{ab}(LM)$ や $\Delta_{ab}(LM)$ は解いて得られる $|\phi\rangle$ を含んでいるので、非線形な自己無撞着条件を満たすように解かなければならず、それは複雑な多体状態を平均場近似するため支払わなければならない代償である。このようにして自己無撞着に得られた解が、零でないオーダーパラメター (一般化された意味での変形度) $\Gamma_{ab}(LM)$ や $\Delta_{ab}(LM)$ を持つ場合には、対称性が破れた平均場がより低いエネルギーを持ち、より良い近似的な基底状態が得られることになる (変分原理)。これが対称性の破れを伴った一般化された平均場近似、Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) の方法の概略である。

2.3 Nuclear deformation and the Strutinsky method

適切に選ばれた有効相互作用を用いると、上に述べた対称性の破れを伴った自己無撞着な HFB 理論によって、原子核の変形状態の満足のゆく記述が得られる。特に近年、zero-range で密度依存型の Skyrme 力と呼ばれる有効相互作用を用いて、(軸対称性などを仮定しない) 対称性の制限のない HFB 計算が可能になってきた。また、最近では核子と中間子との相互作用を相対論的に取り扱った相対論的ハドロン模型に対して、やはり平均場近似を用いた計算も盛んに行なわれ、非相対論的な Skyrme HFB 理論とほぼ同様に、核図表上の非常に多くの原子核の基底状態の性質の理解に成功を収めている。このような微視的平均場理論はより基本的ではあるが、自己無撞着性を完全に満たさせるためには多くの繰返し計算が必要であり、現在でもかなり計算時間がかかり面倒である。原子核の変形が起きる機構を理解するためには、現象論的側面を含むがより直観的な Strutinsky の方法と呼ばれる計算法がある [6]。本節ではこの方法について概観しよう。

Strutinsky の方法では実験データをうまく説明する一粒子ポテンシャルから出発する。原子核において特に重要な変形は四重極型 ($L = 2$) の変形であり、これを記述するポテンシャルとして、Nilsson ポテンシャルが便利でありかつ有用である。はっきりした例として、この Nilsson ポテンシャル用いて考えてみよう (一般に Nilsson ポテンシャルは十六重極変形 ($L = 4$) のようなより高次の変形も含んでいるが、ここではもっとも簡単な場合を考える):

$$h_{\rm Nils} = h_{\rm HO} + h_{ls+ll}. \tag{2.9}$$

ここで $h_{\rm HO}$ は非等方調和振動子ハミルトニアン、

$$h_{\rm HO} = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2M} + \frac{M}{2}\sum_{k=x,y,z}\omega_k^2 x_k^2, \tag{2.10}$$

であり、その固有エネルギーはよく知られているように $k = x, y, z$–方向の振動の量子数 n_k を用いて、$e_{\rm HO} = \sum_k \hbar\omega_k(n_k + 1/2)$ と書ける。また、h_{ls+ll} は原子核での魔法の数を説明するために必要なスピン・軌道力 ($\boldsymbol{ls}$–力) と、調和振動子ポテンシャルでは表面付近で引力が足りないことを補正する $\boldsymbol{l}^2$–力の項の和であり、実験的に知られてる一粒子エネルギーをできるだけ再現するように選ばれる (より具体的な形については例えば教科書 [6] を参照)。

式 (2.10) を球形部分と変形ポテンシャルに分ければわかるように、§2.2 での一般的な HFB 理論の一粒子ハミルトニアン (2.6) で言えば、$v^{(F)}$–型の相互作用の四重極変形 ($L = 2$) 部分を取り入れていることになる。このことを単純化した模型的相互作用が、四重極演算子 $Q_{2M} \equiv \sum_{\alpha\beta}\langle\alpha|r^2 Y_{2M}|\beta\rangle c^\dagger_\alpha c_\beta$ によって定義された $v_{QQ} = -\frac{1}{2}\chi\sum_M Q^\dagger_{2M}Q_{2M}$ のような相互作用であり、後の §2.4 で出てくる単極対相互作用と合わせて $P + QQ$–力と呼ばれ、原子核構造の計算でよく用いられる。

さて、原子核の形は一般にはその平均場の等ポテンシャル面、または、密度分布の等密度面の形で定義される。有効核力の短距離性から、通常この二つの定義はよく一致する。今の場合、$h_{\rm HO}$ で定められる等ポテンシャル面は $k = x, y, z$ の主軸の長さ $R_k \propto 1/\omega_k$ の非等方楕円体である。原子核の飽和性を考慮すると変形してもその体積は変わらないので、この楕円体変形を記述するには 2 つのパラメターが必要であり、通常 Lund convention と呼ばれる次のような式で定義される (ϵ_2, γ) が取られる (ϵ_2 に付いている 2 は四重極 ($L = 2$) を表す):

$$\omega_k = \omega_{\rm v}\Big(1 - \frac{2}{3}\epsilon_2\cos(\gamma + \frac{2\pi}{3}k)\Big), \qquad (k = x, y, z \leftrightarrow 1, 2, 3), \tag{2.11}$$

ここで、$\omega_{\rm v}(\epsilon_2, \gamma)$ は体積保存条件 $\omega_x\omega_y\omega_z = \omega_0^3$ を満たすように定められ、$\omega_0 = 41/A^{1/3}$ [MeV/$\hbar$] は球形の場合の調和振動子ポテンシャルの振動数である。ここでこの体積保存条件のために Nilsson ポテンシャルの固有状態は、(例えば QQ–力のような) 単純な 2 体力から HFB 法を用いて得られたものとは異なっていることに注意しよう。先に述べた Skyrme 力のような原子核の飽和性を保証する有効相互作用では密度依存性が重要であり、その効果は多体力として現れる。Nilsson ポテンシャルの体積保存条件はそのような多体力の効果を表している [7]。$\epsilon_2 \geq 0$ は変形の大きさを表し、γ は非軸対称度を表す。実際、$\gamma \neq \frac{2\pi}{3}n$ $(n = 0, 1, 2, ...)$ である限り、x, y, z の 3 つの主軸の長さはすべて異なっている。今、右手系を保った 3 つの軸の入れ換えは自由であるから、形を指定するためには $0 \leq \gamma \leq 60^\circ$ に範囲を限ることができる。基底状態近傍では多くの原子核が軸対称であることが知られているが、そうすると $\gamma = 0$ が (z–軸を対称軸とする) レモン型 (prolate) 変形、$\gamma = 60^\circ$ が (x–軸を対称軸とする) ミカン型 (oblate) 変形を記述する。軸対称の場合に限ると $\gamma = 0$ としておいて $\epsilon_2 > 0$ がレモン型変形、$\epsilon_2 < 0$ がミカン型変形 (いづれも z–軸を対称軸とする) と考えても良い。ϵ_2 はこの時主軸の長さの比を与える:

$$\frac{R_z}{R_x} = \frac{\omega_x}{\omega_z} = \frac{1 + \frac{1}{3}\epsilon_2}{1 - \frac{2}{3}\epsilon_2} \approx 1 + \epsilon_2 \quad (\epsilon_2 \ll 1). \tag{2.12}$$

また、より一般的に変形を表すよく知られてた方法は、等ポテンシャル面または等密度面の半径を方向 (θ, φ) の関数として、

$$R(\theta, \varphi) = R_{\rm v}\Big(1 + \sum_L \beta^*_{LM}Y_{LM}(\theta, \varphi)\Big), \tag{2.13}$$

と表す方法であるが ($R_{\rm v}$ はやはり体積保存条件から決まる)、軸対称の場合の $\beta_2 (\equiv \beta_{20})$ と Nilsson ポテンシャルの ϵ_2 は近似的に $\beta_2 \approx \sqrt{\frac{16\pi}{45}}\,\epsilon_2 \quad (\epsilon_2 \ll 1)$ という関係で結び付いている。この他にも原子核の変形を表現する変形パラメータの選び方はたくさんある (詳しくは例えば、文献 [8] を参照)。

このようにして得られた Nilsson ポテンシャルの一粒子エネルギーは変形度 (ϵ_2, γ) の関数 $e_i(\epsilon_2, \gamma)$ である。これをプロットしたものは Nilsson diagram と呼ばれ、原子核が変形を起

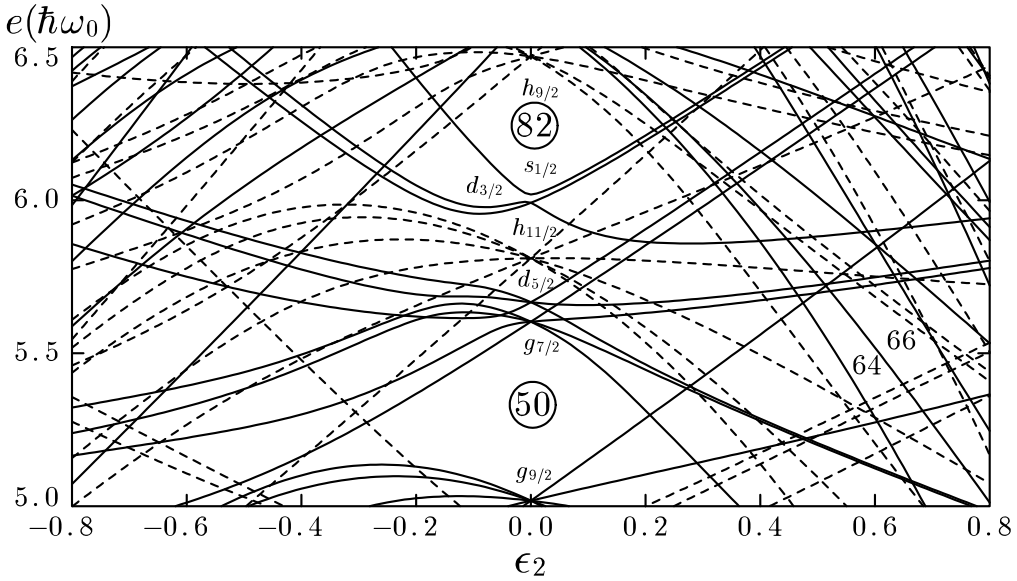

図 2: 陽子に対する Nilsson diagram の一例。

こした時にどのような一粒子状態が基底状態近傍に現れるか、また、それぞれの一粒子状態が変形に対してどのように振舞うかなど、非常に豊富な情報を与えてくれる。軸対称 ($\gamma = 0$) の時に正負の ϵ_2 を用いて、レモン型ミカン型の両方の場合を示した Nilsson diagram の例を図 2 に示す。特に、変形度を増加させると、$\epsilon_2 = 0$ では縮退していた球形殻模型軌道は、角運動量の z–成分 m (Nilsson 模型ではよく Ω と表される) の縮退が変形のために解けて増加あるいは減少し、一粒子エネルギーの濃淡が現れる。一様な一粒子エネルギーの分布に対してこのようにエネルギースペクトルの分布に濃淡が現れることを殻構造 (shell structure) という。よく知られているように原子核の束縛エネルギー (binding energy) は核子数とともにスムーズに変化する「液滴模型 (Liquid Drop Model, LDM)」の部分と、核子数の関数として複雑に変化する「殻効果」の部分とに分けられる。原子核はフェルミ粒子系であり、近似的な基底状態 (平均場近似状態) は一粒子状態を下からフェルミ面まで順々に詰めていって得られるが、この殻効果はまさに粒子数を変化させた時にフェルミ面が一粒子エネルギースペクトルの濃淡部分を通ることから起こるのである。このことを用いて殻効果によるエネルギーを評価し、液滴模型のエネルギーと合わせて原子核の束縛エネルギーを求めることにより、平衡変形を決定するのが Strutinsky の方法である。

Nilsson ポテンシャルの下で独立粒子近似によって与えられる基底状態のエネルギーを計算すると、

$$E_{\rm sh}(\epsilon_2, \gamma) \equiv \langle \phi | h_{\rm Nils} | \phi \rangle = \sum_{i \le F} e_i(\epsilon_2, \gamma), \tag{2.14}$$

($\sum_{i \le F}$ はフェルミ面までの一粒子状態の和を表す) となるが、本来、$h_{\rm Nils}$ は適当な有効相互作用を用いた HFB 法で与えられる (2.6) 式の $h_{\rm def}$ を近似したものであり、相互作用から来る部分のエネルギーが正確に評価されていない (実際、$\langle H \rangle = \langle h_{\rm sph} \rangle + \langle v \rangle = \langle h_{\rm def} \rangle - \langle v \rangle$ である)。このことからわかるように、(2.14) 式のエネルギーで核子数と共にスムーズに変化する部分は、実験的に観測される液滴模型のエネルギーには一致しない。しかしながら、上に述べたような殻効果のエネルギーは、$h_{\rm Nils}$ が現実を反映している限り正しく評価されるであろう。そこで、(2.14) 式のエネルギーでスムーズに変化する部分 $\widetilde{E}_{\rm sh}$ の代わりに液滴模型の

エネルギー $E_{\rm LDM}$ を用いて全エネルギーを計算する:

$$E_{\rm tot} = E_{\rm sh} - \widetilde{E}_{\rm sh} + E_{\rm LDM} = \delta E_{\rm sh} + E_{\rm LDM}, \tag{2.15}$$

ここで $\delta E_{\rm sh} \equiv E_{\rm sh} - \widetilde{E}_{\rm sh}$ を殻補正エネルギー (shell-correction energy) という。このようにして得られたエネルギーは変形度の関数であるから、それを最小化して得られるのが実際に実現するエネルギーおよび変形度である (変分原理)。これが Strutinsky 法であり、このようにして得られた結果は実験データと比較して非常に成功を収めている。原子核の基底状態をうまく記述する Skyrme 力等を用いて HFB 計算したエネルギーのスムーズな部分は、変形度の関数として液滴模型のエネルギーと非常に近い振舞いをすることがわかっており、Strutinsky の方法がより微視的な HFB 法の良い近似になっていることを示している。このことはエネルギーの表式に対して具体的に証明することができ、Strutinsky のエネルギー定理と呼ばれている [9]。

具体的にはどのようにしてスムーズな部分を引き出すかが問題となる。それには殻模型近似エネルギー (2.14) が一粒子の準位密度 $g(\epsilon)$ を用いて、次のように表されることを用いる:

$$E_{\rm sh} = \int_{-\infty}^{\epsilon_{\rm F}} \epsilon g(\epsilon) d\epsilon, \quad N = \int_{-\infty}^{\epsilon_{\rm F}} g(\epsilon) d\epsilon, \quad \text{with} \quad g(\epsilon) \equiv \sum_i \delta(\epsilon - e_i). \tag{2.16}$$

ここで、N は陽子数または中性子数で $\epsilon_{\rm F}$ は対応するフェルミエネルギーである。準位密度は δ–関数の重ね合わせであるが、巨視的でスムーズな振舞いをする部分はこの特異な振舞いをする δ–関数を幅 γ を持ったスムーズな関数 f_γ に置き換えて得られる:

$$\widetilde{E}_{\rm sh} = \int_{-\infty}^{\widetilde{\epsilon}_{\rm F}} \epsilon \widetilde{g}(\epsilon) d\epsilon, \quad N = \int_{-\infty}^{\widetilde{\epsilon}_{\rm F}} g(\epsilon) d\epsilon, \quad \text{with} \quad \widetilde{g}(\epsilon) \equiv \sum_i f_\gamma(\epsilon - e_i). \tag{2.17}$$

$f_\gamma(\epsilon)$ の具体的表式としては、幅が γ のガウス関数に適当な多項式を掛けたものがよく用いられる。全エネルギーをスムーズな部分と殻補正項に分けるのは人為的操作であるから、このようにして引き出したスムーズな部分はその定義の仕方によってはならず、導入されたパラメータ γ に関して、$\partial E_{\rm sh}/\partial\gamma = 0$ が満たされるように γ を選ばなければならい。これは plateau condition と呼ばれ、通常はこの条件を満たすように γ を選ぶことができ、Strutinsky 法が矛盾なく適用されることが保証される (詳しくは例えば教科書 [3] 参照)。Strutinsky 計算の結果の例は §2.5 で示す。

2.4 Nuclear superconductivity

原子核の変形をもたらすのは核子間に働く有効相互作用のうちで比較的長距離のものである。これに対し、より強い短距離相関も非常に重要で、これにより閉殻から離れた原子核の基底状態は多くの場合、超伝導状態になっている。原子核の超伝導状態の証拠としては、例えば、偶々核の基底状態が常に 0^+ であり核子が同種粒子間で対をなす傾向があること (電子の場合のクーパー対に対応する)、束縛エネルギーに現れる偶奇質量差や、また、偶々核の低励起スペクトルにエネルギーギャップが現れることが挙げられる。

原子核物理においては、角運動量 $L = 0$ の同種核子の対が凝縮することによって起きる超伝導状態は、古くから殻模型での seniority scheme として取り扱われてきた。他方、これを平均場近似の範囲内で取り扱う標準的な方法は、物性物理学で超伝導状態を記述する

BCS(Bardeen-Cooper-Schrieffer) 理論である (並進対称性のある金属電子の超伝導の場合は線形運動量を零に組む電子のクーパー対が凝縮する)。これは §2.2 の一般的な HFB 理論で言えば、$L = 0$ の短距離相関を $v^{(G)}$–型の相互作用として取り込み、これに対して核子数保存則を自発的に破った $\Delta_{ab}(L = 0)$ の場を導入することに対応する。このことを最も単純な形で表すのが、単極対相互作用 (monopole pairing interaction) である:

$$v_P = -GP^\dagger P, \quad \text{with} \quad P^\dagger = \sum_{i>0} c_i^\dagger c_{\widetilde{i}}^\dagger \quad (= \frac{1}{2}\sum_a [c_a^\dagger c_a^\dagger]_0). \tag{2.18}$$

ここで単極対演算子 $P^\dagger$ は、等しい重みで重ね合わせた $L = 0$ の核子対の生成演算子になっており、$\widetilde{i}$ は状態 i の時間反転した状態、また、$\sum_{i>0}$ は時間反転で結び付く対にわたる和を表す。これを平均場近似で取り扱うと (Nilsson ハミルトニアンと合わせて)、 BCS 理論での準粒子 (quasiparticle) ハミルトニアンが得られる:

$$h_{\rm BCS} = h_{\rm Nils} - \Delta(P^\dagger + P) - \lambda\hat{N}. \tag{2.19}$$

ここで、最後の項は平均場状態 $|\phi_{\rm BCS}\rangle$ が核子数保存則を破るために、変分の過程で核子数を平均的に保存させる拘束条件 $N = \langle\phi_{\rm BCS}|\hat{N}|\phi_{\rm BCS}\rangle$ をラグランジュの未定乗数法の形で取り入れるものである。また、$\Delta \equiv G\langle\phi_{\rm BCS}|P^\dagger|\phi_{\rm BCS}\rangle = G\langle\phi_{\rm BCS}|P|\phi_{\rm BCS}\rangle$ が対ギャップ (pairing gap) であり、まさに、偶々核での低励起スペクトルに現れるギャップは 2Δ に対応している。式 (2.19) は核子から準粒子への Bogoliubov 変換によって対角化され、その一準粒子エネルギーは $E_i = \sqrt{(e_i - \lambda)^2 + \Delta^2} \geq \Delta$ と与えられ、偶々核での励起状態は 2 準粒子励起で与えられるからである。原子核での BCS 理論の詳しいことについては教科書 [1, 3] を参照。

原子核が超伝導状態になるとその分だけエネルギーを稼ぐ。そのエネルギーを対相関エネルギー (pairing correlation energy) といい、Strutinsky 法によって変形度を求める時には、これも含めなければならない:

$$E_{\rm pair} \equiv \langle\phi_{\rm BCS}(\Delta)|H|\phi_{\rm BCS}(\Delta)\rangle - \langle\phi_{\rm BCS}(\Delta = 0)|H|\phi_{\rm BCS}(\Delta = 0)\rangle, \tag{2.20}$$

ただし、全ハミルトニアンは今の場合 $H = h_{\rm Nils} + v_P$ である。この $E_{\rm pair}$ にも核子数とともに滑らかに変化するスムーズな部分があるはずである。それは一粒子エネルギー準位密度がフェルミ面近傍で一様 (準位密度の濃淡がない) な場合の対相関エネルギーで与えられる。準位密度が一様で $\tilde{g}$ となる場合、BCS 理論の方程式は解析的に解くことができ、

$$\widetilde{E}_{\rm pair} = -\frac{1}{4}\tilde{g}\widetilde{\Delta}^2\Big(1 - \exp\Big(-\frac{4}{\tilde{g}G}\Big)\Big) \approx -\frac{1}{4}\tilde{g}\widetilde{\Delta}^2, \tag{2.21}$$

となる [3]。ここで、$\widetilde{\Delta}$ は対応するスムーズな対エネルギーギャップであり、次の方程式

$$\frac{2}{G} = \tilde{g}\,\log\Big(\frac{2\Lambda}{\widetilde{\Delta}}\Big), \tag{2.22}$$

から決まる。実は、単極対相互作用 (2.18) がすべての状態に対し働くとするとその寄与は発散するので (これはすべての単極対を同じ重みで足しているからで、真の有効相互作用ではこのような困難はない)、対相関の働く一粒子状態を $|e_i - \epsilon_F| \leq \Lambda$ のように制限しなければならない。この時 Λ としては通常 $\Lambda \approx 1\hbar\omega_0$ をとり、また、$\tilde{g}$ としては式 (2.17) のスムーズ化した準位密度のフェルミ面での値 $\tilde{g}(\epsilon_{\rm F})$ をとる。このようにして対相関を考慮した Strutinsky

法の全エネルギーは、対相関補正エネルギー $\delta E_{\rm pair} = E_{\rm pair} - \widetilde{E}_{\rm pair}$ を加えて次のように与えられる:

$$E_{\rm tot} = \delta E_{\rm sh} + \delta E_{\rm pair} + E_{\rm LDM}. \tag{2.23}$$

最後に対相互作用の強さ G の決め方についてコメントしておこう。一般に、エネルギーギャップ Δ は束縛エネルギーの偶奇質量差と関係が付けられるので、A で与えられる模型空間内で BCS 理論の方程式を解いて得られる Δ が、それに一致するように取るのが一つの方法である。しかしながら、そうすると一つ一つの核で G を調整することになり、また、偶奇質量差の実験値がない場合には決められない。これに対しより大局的な決め方は、式 (2.22) を用いることによって、実験的に得られた偶奇質量差のスムーズな部分の式 $\widetilde{\Delta} \approx 12/\sqrt{A}$ [MeV] から逆に G を求める方法である (この方法はスムーズギャップの方法と呼ばれる)。これによって G の値の大きさを簡単に見積もることができる。陽子と中性子を $\tau = \pi, \nu$ で区別して、$\tilde{g}$ として調和振動子模型で与えられる表式 $\tilde{g}_\tau = (3N_\tau)^{2/3}/\hbar\omega_\tau$ を使うと ($N \neq Z$ の原子核でも陽子と中性子の平均二乗半径が等しいことから、その調和振動子の振動数は $\omega_\tau = (2N_\tau/A)^{1/3}\omega_0$ で与えられる、ただし $\tau = \pi, \nu$ に対し $N_\tau = N, Z$)、G は次のように与えられる:

$$G_\tau \approx \Big(1 \pm \frac{1}{3}\frac{N-Z}{A}\Big) G_0, \quad +, - \quad \text{for} \quad \tau = \pi, \nu \tag{2.24}$$

ここで $G_0 = [82(2/3)^{2/3}/\log(2A/\widetilde{\Delta})]/A$ [MeV] であり、例えば $A \approx 150$ の中重核に対し、$G_0 \approx 23/A$ [MeV] となり通常よく使われている値を導く。

2.5 Examples of Strutinsky calculations

さて、上に述べた方法によってどのように平衡変形が決まるかについて、現実的な場合の例を示そう。図 3 に中重核領域のいくつかの原子核に対する対相関を考慮した Strutinsky エネルギー (2.23) を変形度 ϵ_2 の関数として載せる。ただし、実際にはこの計算では Nilsson ポテンシャルとして十六重極変形 (hexadecupole) を含んでおり、その変形は各 ϵ_2 の値においてエネルギーが最小になるように決められている。ϵ_2 に対して Strutinsky エネルギー曲線が最小になる点が平衡変形を与え、その変形度はそれぞれの原子核での電磁遷移の性質から実験的に推定された値と比較することができる。また、得られたエネルギーは直接束縛エネルギー (原子核の質量) と比べられる。図 3 では、^{148}Gd, ^{208}Pb は平衡変形が球形の例であり、^{170}Yb, ^{190}Hg はそれぞれレモン型変形、ミカン型変形が実現する例となっており、実験事実とうまく対応している。一般的に、多くの実験データとの比較により、このような Strutinsky 計算は非常によく実験データを説明できることがわかっている。

図 3 に見られる重要な特徴は、殻補正 ($\delta E_{\rm sh}$) および対相関 ($\delta E_{\rm pair}$) エネルギーが、変形度 ϵ_2 の関数として逆方向に振動していることである。これは一般にフェルミ面での一粒子準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ が、変形などのポテンシャルパラメータやフェルミエネルギー (または粒子数) の関数として振動的な振舞をするからである。実際、$\delta E_{\rm sh}$ は (2.14) 式からわかるように、準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ が小さくなればなるほど小さくなり (殻効果が強まる)、逆に $\delta E_{\rm pair}$ は (2.21) 式にも見られるように、準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ が大きくなるほど小さくなる (対相関が強まる)。対相関は短距離での p-p, h-h の散乱から来るので、後者の $\delta E_{\rm pair}$ の振舞いは、フェルミ面近傍での準位密度が大きくなると p-p, h-h 励起のエネルギーが小さくなり散乱を起こしやすくなる、ということから自然に理解できる。一粒子準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ が振動的振舞いをすること (殻効果) は、量子力学的効果であり、実はずっと深い意味がある。それは量子古典対応を通し

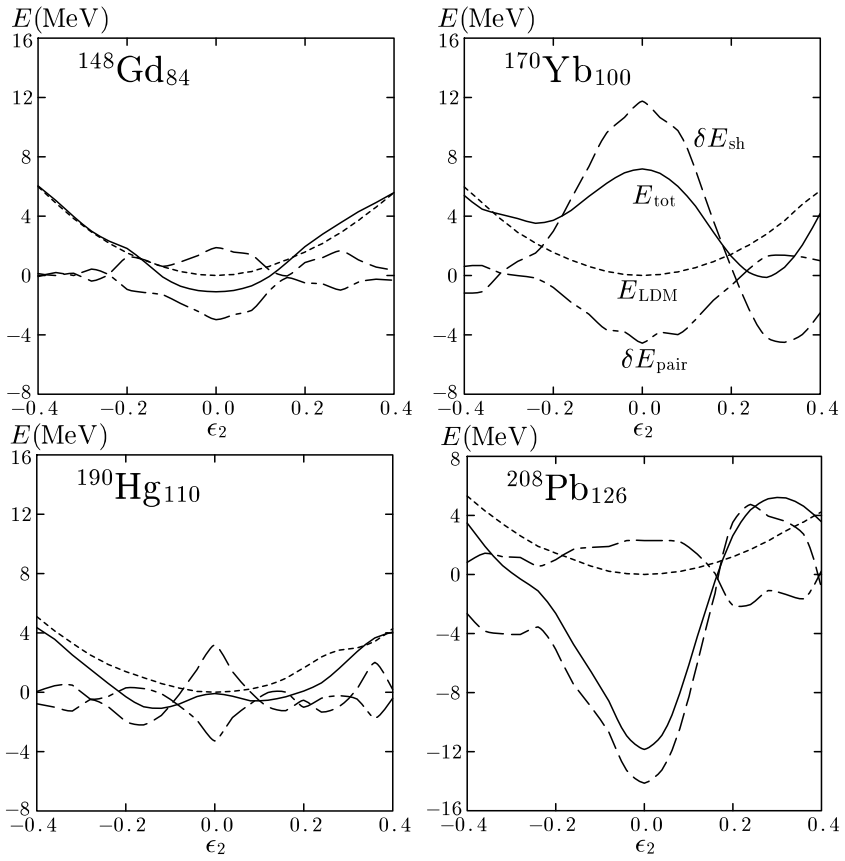

図 3: いくつかの原子核に対する Nilsson-Strutinsky 計算の例。変形度 (ϵ_2) の関数としてエネルギーをプロットしている。実線が全エネルギー (2.23) で、破線・一点鎖線・点線はそれぞれ $\delta E_{\rm sh}, \delta E_{\rm pair}$ (陽子・中性子の寄与の和), $E_{\rm LDM}$ である。エネルギーの原点は球形 $(\epsilon_2 = 0)$ での $E_{\rm LDM}$ が零になるように選んでいる。

て一粒子ポテンシャル中の古典周期軌道の周期 (または軌道の長さ) と密接に関係しており、どのような形のポテンシャルがどのような周期軌道を許すかということが、殻構造の起源になっているのである (この興味深い話題については詳しくは教科書 [1, 4] 参照)。

球形の近傍では各 j–軌道の縮退は変形度に比例して解けるので、少数の価核子 (valence nucleon) が存在する場合には、準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ は球形から離れるほど小さくなる。従って、$\delta E_{\rm sh}$ は変形を $\delta E_{\rm pair}$ は球形を好み、平衡変形は両者の競合できまる (図 3 での ^{148}Gd, ^{190}Hg の例を参照)。しかしながら、これはあくまでもエネルギー的にソフトな (深い最小値になっていない) 場合であり、平衡変形がはっきり決まる閉殻核やよく変形した核では通常 $\delta E_{\rm sh}$ が支配的であり、どのような変形が実現するかはほとんど $\delta E_{\rm sh}$ で決まっている (図 3 での ^{170}Yb, ^{208}Pb の例を参照)。このことから、実際には変形度の関数として一粒子準位を書いた Nilsson diagram によって準位密度の濃淡を見れば、どのような核子数領域においてどのような変形が実現するかを容易に予測できる。より定量的には、$\delta E_{\rm sh}$ を核子数 (またはフェルミエネルギー) と変形度の関数として等高線図の形すると、その谷に対応する核子数と変形度が一目瞭然になる。後に出てくる巨大変形状態がどのような原子核でより出現しやすいかも、このようにして当りをつけて調べられたものである。また、^{208}Pb の例からわかるように、あくまでも $\delta E_{\rm sh}$ や $\delta E_{\rm pair}$ はフェルミ面での準位密度 $g(\epsilon_{\rm F})$ で決まっており、例えば、球形だからといって常に $\delta E_{\rm pair}$ が低くなるわけではないことに注意しよう。この意味で

$P+QQ$–力模型において「QQ–力が変形させ、P–力が球形に戻そうとする」という、よく言われる説明には注意を要する。

3 Overview of High-Spin Physcis

本節では高速回転する原子核の一般的な特徴やそれを調べるときに必要な基本的概念について説明する。また、それを探求するために高スピン状態を実際に生成し観測する実験的技術についても大雑把に触れる。なお、本節および次節は原子核の高スピン状態の一般的解説であり、参考文献として日本語の比較的読みやすいもの [10, 11, 12, 13]、及び本格的レビュー [14, 15, 16, 17] を挙げておく。

3.1 Scope of the field

原子核の高速回転状態を調べるには何らかの形で角運動量を持ち込まなければならない。その方法としては重イオン反応が用いられる。その中でも、大きく分けて電荷の大きい重い原子核 (Pb や U など) によるクーロン励起反応を用いる方法と核融合反応を用いる方法がある。前者の場合は標的核を大きくかき乱すことはないので、その分クリーンな形で情報を引き出すことができる。従って、クーロン励起反応を用いると、例えば原子核の変形・回転の詳細な研究を行なうことできる [18]。しかしながら、電磁相互作用の多段階過程を用いることになるので、それほど大きな角運動量の状態を生成できない (せいぜい $I \approx 30\hbar$ 程度までである)。これに対し、核融合反応では入射核と標的核の相対角運動量を生成核にすべて持ち込むことになるので、極めて効率よく高スピン状態が生成できる。以下では、高速回転の極限を探るにふさわしいこの核融合反応の方を主に考えよう。

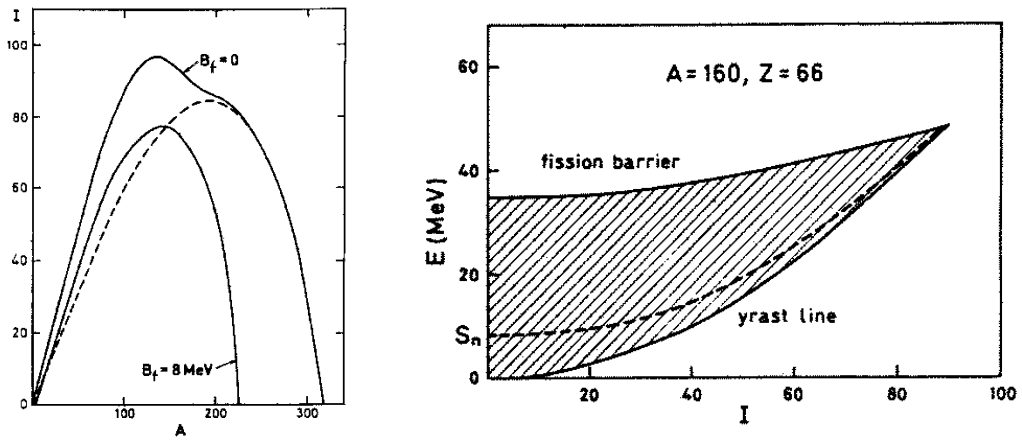

図 4: 左側: β–安定核が持ちうる角運動量の限界値。回転する液滴模型による予想である。$B_{\mathrm{f}} = 0, 8$ MeV の曲線はそれぞれ核分裂障壁が $0, 8$ MeV となる時核分裂を起こすと仮定したもの。平衡変形は点線より下ではミカン型変形で上では非軸対称変形になる。右側: イラスト図、(E, I)–平面上での原子核の高速回転状態の存在領域。S_{n}(中性子分離エネルギー) の線より上では中性子放出を起こす。

それでは重イオン反応によって原子核にはどれだけの角運動量を持ち込むことができるのであろうか。この時、あまりに高速に回転すると核分裂を起こしてしまうことに注意しよう。

このような回転体の不安定性は (星のような) 巨視的物体に対してもよく知られている。図 4 の左側に、回転する液滴模型によって予想される β–安定核の持ちうる角運動量の限界値を示す。図から $A \approx 160$ の中重核では、$I \approx 80\hbar$ 程度までの高スピン状態が存在できることがわかる。ただし、§2 で見たように液滴模型で取り入れられない殻効果エネルギーも重要であり、この評価は大体の目安と考えるべきである。現在のところ、通常の変形核では $I \approx 50\hbar$ 程度、後に議論するより大きな変形をもつ超変形核では $I \approx 70\hbar$ 程度の高スピン状態が観測にかかっている。重イオン核融合反応では角運動量だけでなく、大きな励起エネルギーも持ち込まれる。図 4 の右側には、励起エネルギーと角運動量の (E, I)–平面上で研究対象となりうる高速回転状態の存在領域を示す。上側の境界は核分裂によるものであるが、下側の境界はイラスト線と呼ばれ、これからの議論で重要な役割を果たす。イラスト (yrast) 状態とは与えられた角運動量の下で最も低いエネルギーの状態、あるいは、与えられたエネルギーの下で最も高い角運動量を持った状態であり、イラスト線はそれらの状態を結んだものである。回転運動をするためには当然励起エネルギーが必要であり、イラスト線の下には原子核の状態は存在しない。逆に言うとイラスト状態とは、(10–20 MeV というような) 高励起状態であるにもかかわらず、その励起エネルギーのすべてが回転運動に費やされたような状態である。従って、イラスト領域では内部励起はほとんどなく、この意味で基底状態と同様に「冷えた」温度の低い状態と考えられる。すなわち、準位密度は低く離散的な励起スペクトルを通して、原子核の構造を詳細に調べることができると期待される。

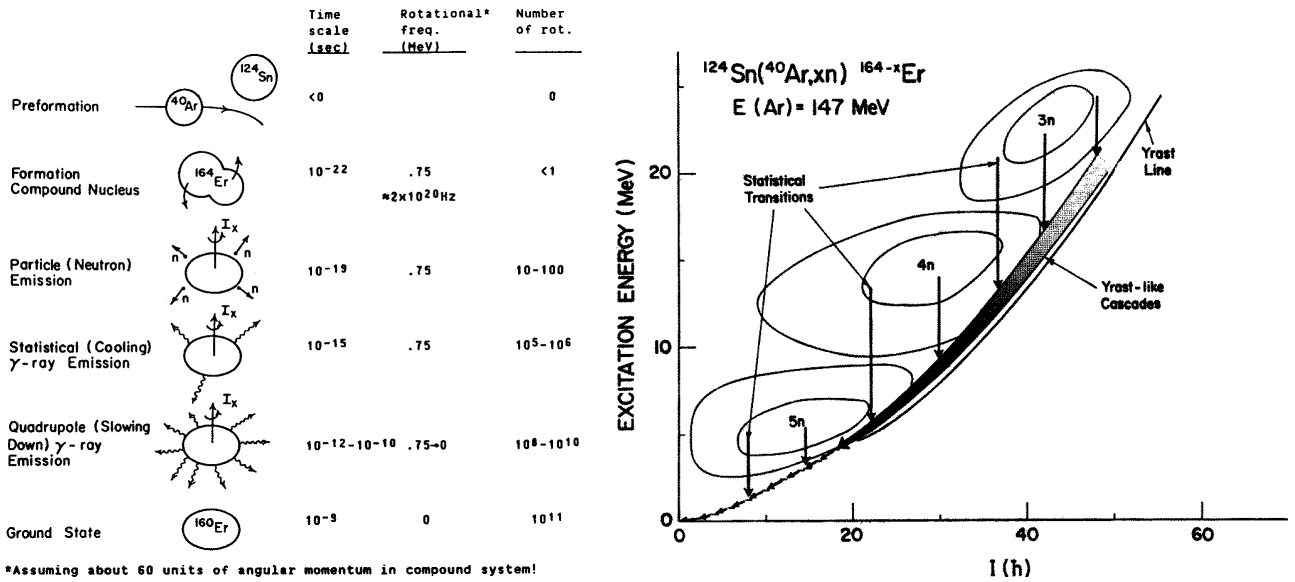

図 5: 左側: 核融合反応とそれに伴って生成される高速回転状態の模式図。反応の時間スケールと回転の角速度も与えられている。右側:典型的な γ–遷移の模式図。$4n$ などの等高線は 4 つの中性子を放出した後の分布を示す。縦方向の統計的 E1–遷移とイラストに沿った回転的 E2–遷移が存在する。

核融合反応が起きると (E, I)–平面上の一点に融合核が生成され、その後次のような過程を経て基底状態へと遷移する。この過程を図 5 に模式的に示す。第一に、一般に反応によって持ち込まれた励起エネルギーは大きく、それは主として粒子の蒸発によって持ち去られる。ここでは、特にクーロン障壁を感じない中性子が主で、場合によっては軽い粒子 (陽子や α–粒子) も放出される。この過程では (今度は遠心力障壁の効果のために) 放出粒子はほとんど角運動量を運ばず、ほぼ生成核の角運動量を保ったまま励起エネルギーを下げる。励起エネルギーが粒子放出のしきい値を下回ると、今度は第二の過程として、γ–線を放出することに

よって脱励起 (deexcitation) を起こす。ここで γ–遷移はさらに 2 つの範疇に分けられる。角運動量をほとんど持ち去らない統計的 E1–遷移 ($\Delta I = 0, 1$) と角運動量を $2\hbar$ 持ち去る回転的 E2–遷移 ($\Delta I = 2$) である。(E, I)–平面で前者は主に縦方向の脱励起、後者はイラスト線に沿った横方向の脱励起の過程として働く。この過程を図 5 の右側に示す。ここで、特に回転運動の情報を担い重要なのが E2–遷移の γ–線である。イラスト線の近傍では、上に述べたようにこの γ–線は離散スペクトルとして観測されるが、イラスト線より上の励起状態では準位密度が大きくなり連続スペクトルとなる。最近ではこの連続スペクトルの分析も進歩し、「有限温度領域」での原子核構造の研究が進みつつある。このようなオフイラスト領域の研究にも興味深い課題があるが (回転運動や振動運動の減衰など、例えば [19] を参照)、本講義では主としてイラスト近傍の離散スペクトル領域を対象とする。

3.2 High-resolution discrete-line spectroscopy

高速回転極限状態を探るためには γ–遷移の観測が本質的である。このように光子を用いて原子核を研究する方法は核分光学 (nuclear spectroscopy) と呼ばれ、古くから用いられてきた方法である。重イオン核融合反応に伴い放出される γ–線の数は莫大なものになるので、その中から意味のある情報を引き出すのは容易ではない。1980 年代以降、「コンプトン散乱抑制型高分解能クリスタルボール」と呼ばれる γ–線測定器が開発され、原子核の高スピン状態研究は飛躍的に進んだ。このような検出器に求められるのは、原子核の状態間の遷移に対応する真の γ–線以外のバックグラウンドを除去すること (問題となるのは検出器の物質中の電子とのコンプトン散乱) である。また、状態密度が高いオフ・イラスト領域での遷移に対応する連続スペクトルとイラスト領域での離散スペクトルを区別ためには、検出された γ–線のエネルギー分解能が重要であり、できるだけ多く離散スペクトルとしての情報を得るためには高分解能が要求される。さらに、実際には回転状態群は一連の回転バンドとして観測されるが、どの γ–線がどの回転バンドに属するのかを決定するには複数の γ–線の同時計測 (coincidence measurement) が不可欠になる。そのためには多くの γ–検出器を用意する必要があり、しかも同時計測の検出効率を高めるには、標的の周りをできるだけ多くの立体角を囲むように検出器を配置する必要がある (クリスタルボール)。またこのようなボール状の配置により、γ–線のスペクトルと同時にその角度分布や偏極も観測できるようになり、それによって γ–線の持つスピン・パリティーがわかり、E1/E2/M1 などの γ–遷移の種類を特定することも可能になる。

このような γ–線検出装置の例を図 6 に挙げる。これは TESSAII と呼ばれた装置で少し古いものであるが、その本質的な点は十分に見てとれる。高分解能の γ–線の検出のためには Ge 結晶が不可欠である。それを取り囲む NaI 結晶はコンプトン散乱を検出して、その信号を除去する働き (anti-Compton shield) をする。現在では、よりコンパクトな BGO 結晶が NaI 結晶の代わりに用いられ、標的を取り囲む γ–線検出器の数もこの装置の場合 (約 20 個) に比べて飛躍的に多くなっている。例えば、現在ヨーロッパとアメリカではそれぞれ Euroball と Gammasphere という 2 大検出装置が稼働しているが、いずれの場合も 100 台を越える anti-Compton Ge 検出器から成っており、γ–線の 2 重計測 (E_{γ_1}–E_{γ_2} 相関) だけではなく、3 重・4 重の同時計測が可能になってきている。また、図 6 では標的を囲んで BGO 結晶から成るより小さなボールがアッドオン装置として配置されている。これは、一つの核融合反応から出てきた γ–線の総エネルギーと総数 (多重度という) を同時に測るためのもので、これによってその反応で (E, I)–平面のどの領域に、融合核が生成されたのかを同定し選別すること

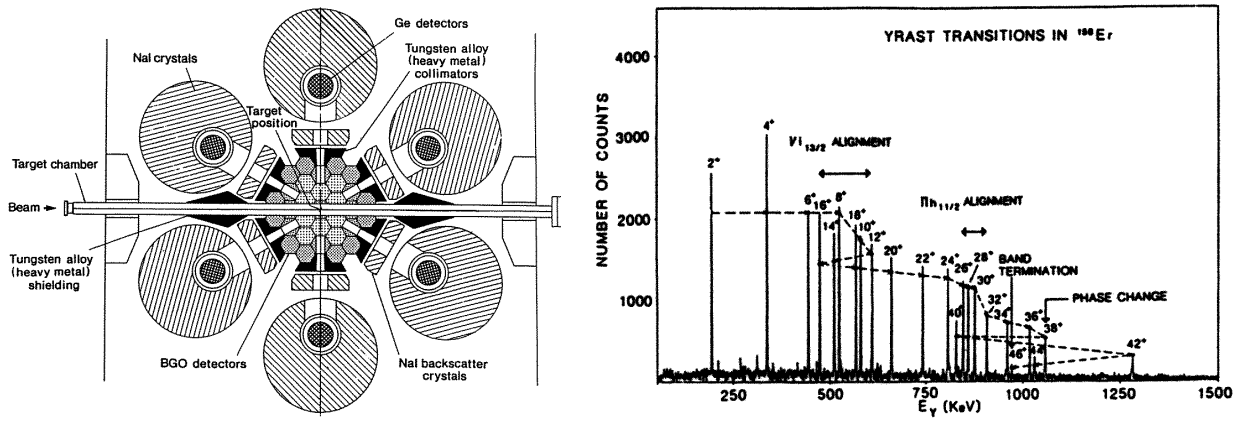

図 6: γ–線検出装置の例 (左側) と得られた $^{158}\mathrm{Er}$ のスペクトルの例 (右側)。

が可能になる。この他にも、融合反応から出てくる軽粒子を計ることによって融合核を同定するようなアッドオン装置が配置されることもある。このような粒子識別装置と組み合わせることはより軽い核や不安定核の高速回転状態を研究するには不可欠になる。図 6 の右側にはこのような装置によって得られた γ–線スペクトルの例を挙げる。これは $^{158}\mathrm{Er}$ 核のイラスト回転バンドに対するものであり、一番低い $2^+ \to 0^+$ 遷移から、もっとも高い $46^+ \to 44^+$ 遷移の γ–線までがみごとに観測されている。図 7 にはこのようにして得られた γ–線スペクトルから同時計測の技術を用いて回転バンドを同定した結果組み上げられた最終的なレベルスキームの例を載せる。現在ではこのようにして一つの核で 20 余りのイラスト領域の回転バンドが同定されている例もある。

3.3 Types of deformation and schemes of rotation

§2.1 で強調したよう有限多体系の原子核ではいろいろな素励起モードが存在する。この時回転状態の性質は、どのモードが角運動量を担っているかに強く依存することになる。実際、以下に述べるようにイラスト近傍の量子スペクトルの特徴は、主として角運動量を担っている運動モードに応じて分類できることがわかる。角運動量を効率よく生成するモードとしては、独立粒子運動と集団的回転運動のモードが重要である。ここで集団的回転運動は回転不変性の自発的破れに伴って発生する運動であることを思い起こそう。従って、軸対称変形の場合対称軸の回りに集団的回転運動は起こり得ない。他方、独立粒子の軌道運動は対称軸方向の成分が大きいか小さいかによって、角運動量ベクトルの方向は互いに異なっている。高スピン状態では基底状態の場合とは違って、変形を指定する軸の他に全角運動量ベクトルの方向 (回転軸) という新たな軸を考慮する必要が出てくるが、このように変形軸と回転軸がどのような関係になっているかが非常に重要になるのである。

この講義では主としてイラスト領域での高速回転状態を考えている。そこでは比較的単純な回転運動が期待され、巨視的回転体の古典運動との類推から回転軸は変形の主軸と一致すると考えられる。図 8 左側に Nilsson ポテンシャルに対応する楕円体変形の場合に、起こりうる回転の起こり方 (回転スキーム) を示す。一般には高スピン状態では非軸対称変形 (γ–変形) が起こり得るが、(近似的に) 軸対称な変形状態としては回転軸 (常に x–軸に選ばれている) と対称軸との相対的な関係によって、図 8 にあるような 4 つのスキームが考えられる。§2.3 で注意したように、形のみを指定するためには $0 \le \gamma \le 60^\circ$ で十分であるが、新

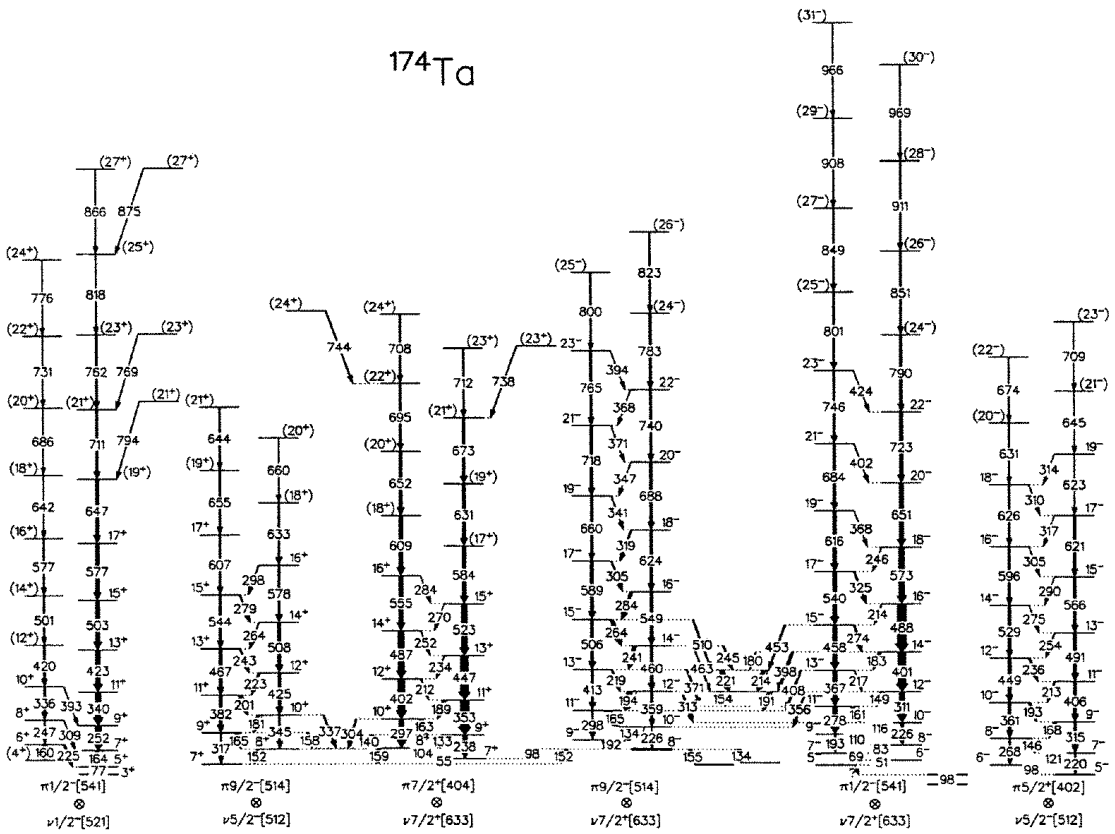

図 7: γ–線の多重同時計測によって得られた回転バンドのレベルスキームの例。これでもまだ観測された全レベルの一部であり、より高スピン状態も観測されている。

しい軸である回転軸 (変形主軸の一つに一致する) を導入するためには、γ–変形パラメータは $-120^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$ (Lund convention) に拡張されなければならない。対称軸の回りに集団的回転は起こらないので、$\gamma = 60^\circ, -120^\circ$ の場合は、回転運動は主として独立粒子モードによって担われている。この回転スキームを非集団的回転 (non-collective rotation) という。これに対し $\gamma = 0, -60^\circ$ の場合は、回転軸は対称軸と垂直であり、集団的回転モードが主として回転運動を担っていると考えられる。これを集団的回転 (collective rotation) スキームという。図 8 の右側にはこれら二つの回転状態の示すスペクトルの典型例を示す。回転運動を担うモードの違いによって極めて大きな定性的違いが現れることがよくわかる。

古典的剛体の回転運動を考えると、与えられたエネルギーの下での最低エネルギー状態 (イラスト状態) は、最も大きな慣性能率を持つ主軸の回りの一様回転である。もし、この描像に立つと $\gamma = 60^\circ$ または $\gamma = 0$ が好都合な回転スキームになる。実際、通常の変形核の基底状態近傍では $\gamma = 0$ のレモン型集団的回転運動が実現しており、よく知られた $I(I+1)$ に比例する回転スペクトルが観測される。しかしながら、§2.5 で見たように現実の原子核の変形に対しては、液滴模型で記述される巨視的効果に比べて多くの場合、微視的殻効果の方が重要であり、それは高速回転しているイラスト領域でもほとんどの場合正しい。実際以下に見るように、現実の原子核では (近似的に) 軸対称な変形をもつ上記の 4 つの回転スキームがすべて実現されている。

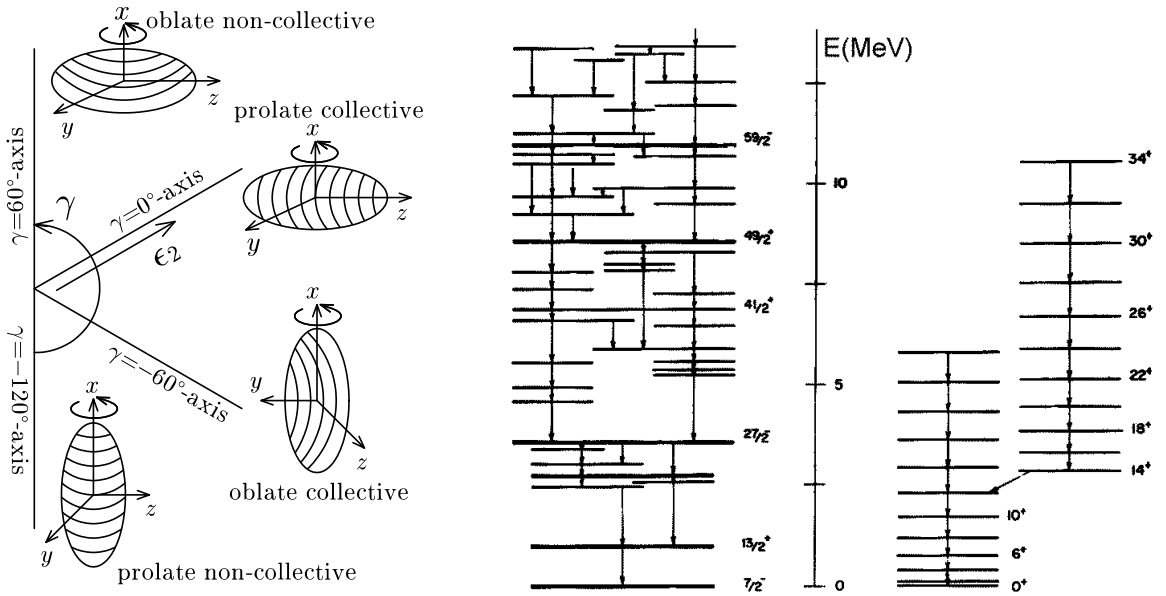

図 8: 左側: 楕円体変形をもつ原子核での回転スキーム (x–軸が回転軸になるように座標が選ばれている)。右側: 集団的回転 (右) と非集団的回転 (左) のレベルスキームの典型例。

3.4 Examples of high-spin spectra in the yrast region

$\gamma = 60°, -120°$ の対称軸回りの回転状態は、それぞれミカン型・レモン型の回転整列 (rotation-aligned) 状態ともいう。というのは、集団的回転がなく全角運動量は独立粒子モードが対相関の束縛を離れて励起し、各々の角運動量を回転軸の方向に揃える (align) ことによって生成されるからである。このような原子核のスペクトルの例を図 9(^{152}Dy)、図 10(^{176}Hf) に示す。^{152}Dy は基底状態近傍では球形な核であり、低励起イラスト状態は 2^+–振動の多重励起状態 (multi-phonon states) によって生成されている。他方、^{176}Hf は基底状態近傍では典型的な変形核であり、低励起イラスト状態は $\gamma = 0$ のレモン型集団的回転状態である。なお、$\gamma = 60°$ のミカン型非集団的回転スキームは、回転する液滴模型で実現するイラスト状態であることを注意しておこう。

どちらの原子核でも、イラスト状態の様相は角運動量が高くなると変化する (^{152}Dy では $I \gtrsim 10\hbar$、^{176}Hf では $I \gtrsim 15\hbar$)。エネルギースペクトルは不規則であり、状態間はいろいろな種類 (E1/M1/E2) の弱い電磁遷移で結ばれており、明らかに独立粒子励起によって状態が作られていることがわかる。このような非集団的回転スキームの場合の特筆すべき特徴は、イラスト状態にその励起エネルギーの高さを考えれば驚くべき長寿命の異性体状態が存在することである。ミカン型の ^{152}Dy 核などの場合、それはイラスト・トラップ (yrast trap) と呼ばれ、四重極モーメントや g–因子などの性質がよく調べられている。レモン型の ^{176}Hf 核などの場合はそれは 高–K 異性体 (high-K isomer) と呼ばれ、核変形の軸対称の良さを示す例としてかなり昔から知られていた (これについては後の §5.3 で立ち戻る)。もう一つの特徴としては、これらの回転整列状態はそれぞれの状態は不規則で互いに関係がないように見えるが、平均としては対応する変形を持った、(一様な密度分布の) 剛体の慣性能率に対応した回転状態 (剛体的回転) を成していることである (図 9, 10 の右側のスペクトルを参照):

$$E_{\rm rot}(I) = \frac{I(I+1)}{2\mathcal{J}_{\rm rig}}, \quad \mathcal{J}_{\rm rig} = M\Big\langle \sum_{a=1}^{A} (r_\perp^2)_a \Big\rangle \tag{3.1}$$

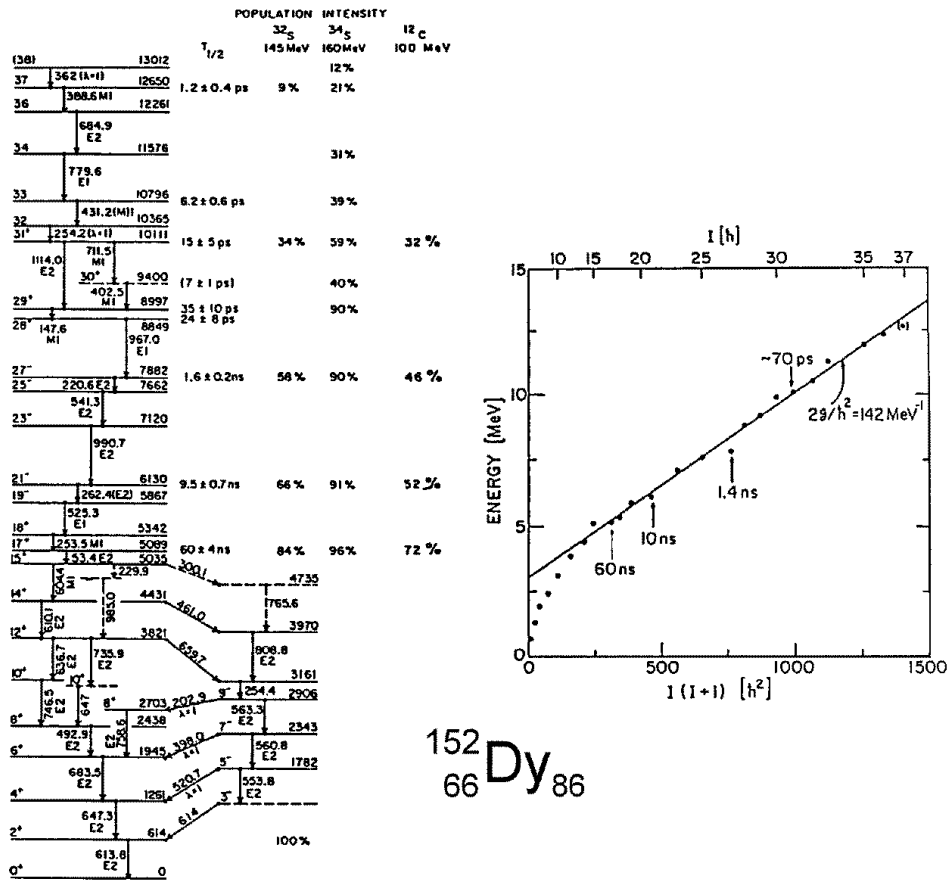

図 9: ミカン型非集団的回転 ($\gamma = 60°$) の例。左側にレベルスキームを、右側には (E, I)–図を載せる。

ただし、$r_\perp$ は回転軸への距離であり、この $E_{\rm rot}$ は液滴模型の回転エネルギーに他ならない。これらの状態に対する理論的解釈については後の §4.4 で述べる。^{176}Hf のイラスト近傍状態では、この高–K 異性体状態をバンドの始点 (band head) とする新しい回転バンドが観測されている。これは対称軸回りの非集団的回転運動に、対称軸に垂直な軸の回りの集団的回転運動が重ね合わさった状態であり、回転軸が対称軸からずれて歳差運動するような状態と考えられる (一種の首振り運動 (wobbling motion)、§5 参照)。

もう一つの対称軸に垂直な軸の回りの回転スキームは $\gamma = 0, -60°$ の場合であり、それぞれレモン型・ミカン型の変形整列 (deformation-aligned) と呼ばれることもある。これは、ほとんどの独立粒子モードは変形ポテンシャルのに束縛されており、角運動量はほとんど集団的回転運動によって生成されているからである。そのような原子核の例を図 11(^{164}Er) と図 12(^{196}Hg) に示す。^{164}Er は典型的なよく変形した原子核であり、低励起イラスト状態は規則的な $I(I+1)$–回転バンドを成し、それに属する状態は強い回転的 E2 遷移によって結ばれている。言うまでもなく、これは基底状態近傍での集団的回転運動の特徴であり、それは高スピン状態でも同様である。しかしながら、この原子核のイラスト領域で特筆すべきことは、イラスト状態が基底状態回転バンド (g-band) から別の回転バンド (s-band) に移っていることである。これはバンド交差現象と呼ばれ、^{164}Er 核の場合は $I = 14\hbar$ と $I = 16\hbar$ との間で起こっている。この現象は「慣性能率の後方歪曲」(backbending) 現象とも呼ばれ、1972 年に最初に発見された時は大変注目を集めた。集団的回転バンドのようなスムーズな $E(I)$

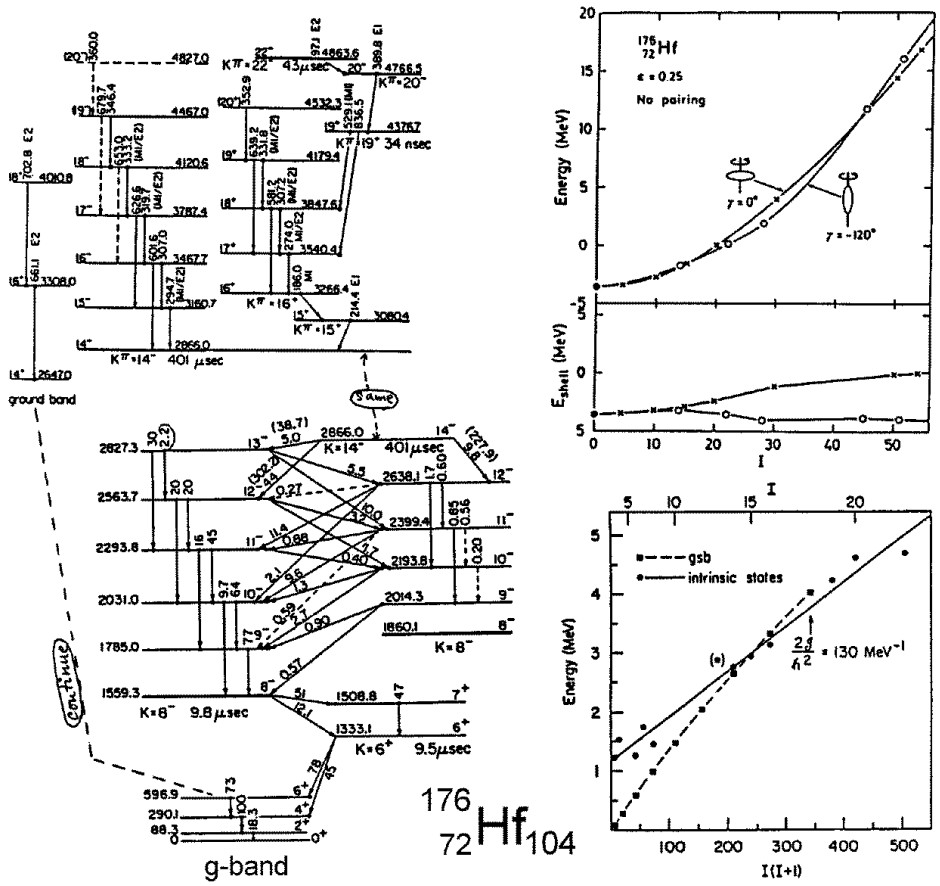

図 10: レモン型非集団的回転 $(\gamma = -120°)$ の例。左側にレベルスキームを、右側には (E, I)–図を載せる (右上は理論的計算)。

の関係がある場合は次のような正準関係式によって角速度 $\omega_{\rm rot}$ が導入でき、それによって慣性能率が定義できる:

$$\mathcal{J}(\equiv \mathcal{J}^{(1)}) = \frac{I}{\omega_{\rm rot}}, \qquad \omega_{\rm rot} = \frac{dE}{dI}, \tag{3.2}$$

ただし、回転バンドは離散的であるので微分は差分に置き換える必要がある (より詳しい取扱いは後の §4.2 で述べる)。もし、$E(I)$ としてイラスト状態を結ぶとバンド交差が起こるところで角速度が I の増加に反して減少し、式 (3.2) で計算された慣性能率は急激に増加するので、慣性能率を角速度の関数として書くと S 字型の図 11 右上に示したような形になる。これが後方歪曲現象と呼ばれる理由であり、$\gamma = 0$ に対応する回転スキームの原子核に系統的に見られる現象である。発見された当時はいろいろな解釈、例えば基底状態で超伝導状態であった原子核が正常状態に相転移を起こしたなど、が唱えられたが、現在では基底状態回転バンドと交差する s-band の正体は、2 つの中性子準粒子が回転整列を起こしたものであることがわかっている。これについては後の §4.2 で詳しく説明する。

これに対し ^{196}Hg 核の場合は、その基底状態は球形に近いミカン型であり、いわゆるよく変形した原子核とは言い難い。実際、基底状態回転バンドの $E(I)$ はスムーズではあるが通常の $I(I+1)$–型からはかなりずれており、非軸対称変形の方向にソフト $(\gamma\text{-soft})$ な回転バンドと呼ばれている (γ–方向のポテンシャルエネルギーが平坦で、はっきり平衡変形が決まらない)。しかしながら、この核でもやはり角運動量が大きくなると基底状態回転バンドに

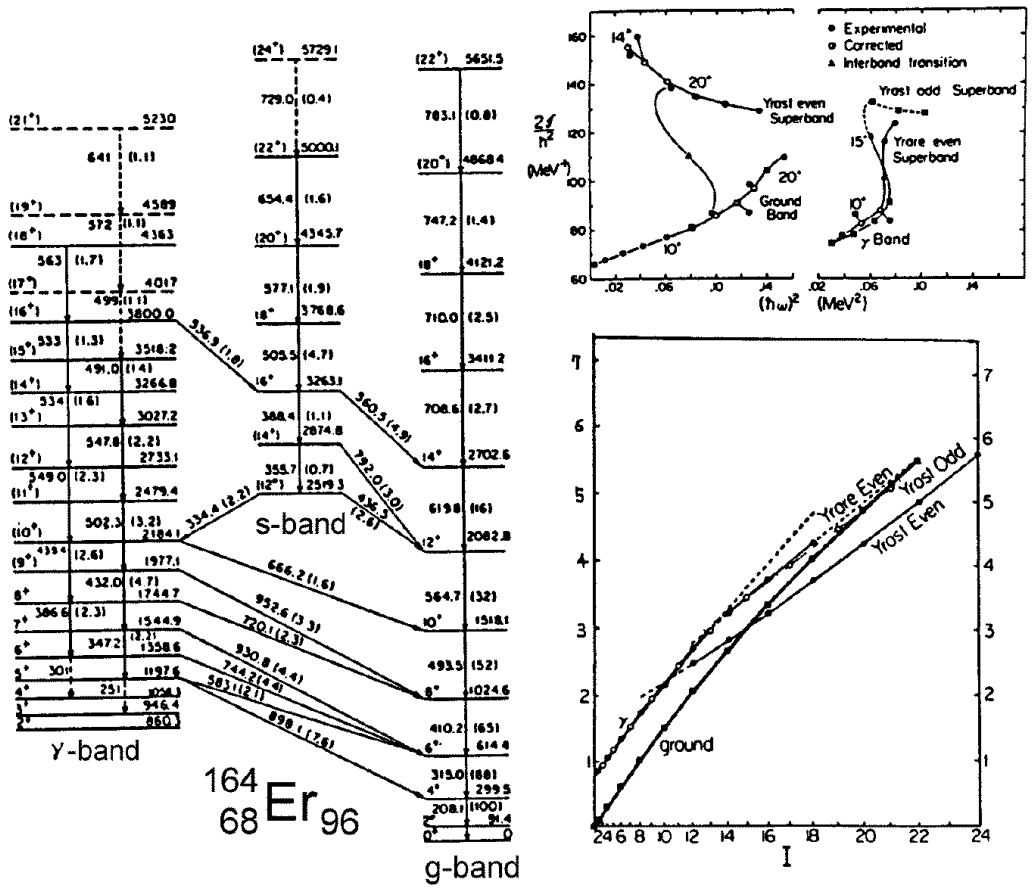

図 11: レモン型集団的回転の例。左側にレベルスキームを、右下には (E, I)–図を載せる。右上は慣性能率を角速度の関数としてプロットしたものであり、後方歪曲現象が見える。

特異性が現れ (図 12 では $I = 8$–$12\hbar$)、これはレモン型の $^{164}\mathrm{Er}$ の時と同様にミカン型変形の場合の g-band と s-band との交差現象と解釈できる。

最後に非軸対称平衡変形について触れておこう。現在までの多くの理論的・実験的な努力にもかかわらず、明確に非軸対称変形した回転状態といわれるものはわかっていない。これは非軸対称回転状態の実験的証拠が何であるのか、がはっきりとしないためである。例えば、式 (3.1) は軸対称剛体模型の場合に導かれる純粋な回転スペクトルであり、非軸対称剛体の場合にはこれからずれるが、現実の原子核の回転スペクトルは、もともと別のいろいろな効果により純粋な回転スペクトルからはずれているので、エネルギー準位のみからでは決定的なことは言えない。より明確な区別には複数の回転バンド間の電磁遷移の情報が必要になる。また、ここでの平衡変形はあくまでも物体固定系での変形であり、実験で観測される実験室系での物理量との関係は単純ではない。このように、非軸対称変形の問題は興味深い問題であるが、同時により深い考察を要する難しい問題でもある。この講義では主として (近似的に) 軸対称な変形の場合を論じるすることにする (非軸対称変形については、後の §5 で少しだけ触れる)。

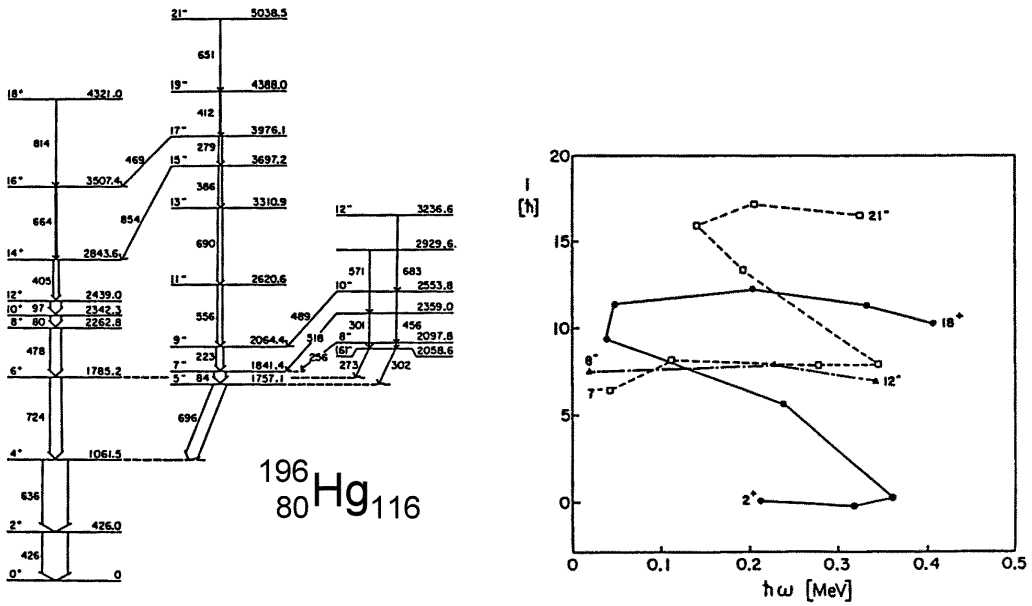

図 12: ミカン型集団的回転の例。左側にレベルスキームを、右側には整列角運動量を角速度の関数としてプロットしたものを載せる。

4 Basic Understanding of High-Spin States

本節では前節で概観した高スピン状態の基本的な実験事実をどのように理解できるか、について主として §2 でも強調した平均場近似理論に基づいて説明する。以下では特に断らない限り $\hbar = 1$ とする。

4.1 Cranked shell model
— Single-particle motion in the rotating frame —

先の §3.3 で述べたように、高スピン・イラスト領域の研究で最も基本となるのは、変形主軸の回りの一様な回転運動である。その場合には、角速度 $\omega_{\rm rot}$ で回転している回転座標系に移って考えるのが便利である。図 8 に対応して回転軸を x–軸に取ることにすると、回転系でのハミルトニアンは

$$H' = H - \omega_{\rm rot} J_x, \quad \text{or} \quad h' = h_{\rm def} - \omega_{\rm rot} J_x, \tag{4.1}$$

と表される。ただし、第二式は平均場近似での一粒子ハミルトニアンに対するものであり、$h_{\rm def}$ としては例えば $h_{\rm Nils}$、または超伝導状態にある場合は $h_{\rm BCS}$ をとる。ここで第二項の $-\omega_{\rm rot} J_x$ はクランキング項 (cranking term) と呼ばれ、回転系に移ったために生じるコリオリ力及び遠心力のポテンシャルになっている。式 (4.1) は古典力学でも、容易に導くことができるが (その時 J_x は全軌道角運動量 $\sum(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p})_x$)、量子力学的問題としては、空間固定系から見た時の時間に依存するシュレディンガー方程式の問題が、ユニタリー変換

$$\hat{R}_{\rm UR}(t) = e^{-i\omega_{\rm rot} t J_x} \tag{4.2}$$

によって一様に回転している座標系に変換した時に、時間に依存しない定常状態の問題に帰着されることからもわかる。また、このクランキング項の存在は、イラスト状態を求めるた

めに角運動量に対する拘束条件を付けた変分問題としても捉えることができる:

$$\delta\langle\phi|H|\phi\rangle = 0 \quad \text{with} \quad \langle\phi|J_x|\phi\rangle = I. \tag{4.3}$$

この時、角速度はこの拘束を実現するためのラグランジュ未定乗数と解釈される。

変形した時の独立粒子軌道と同じように、回転系での独立粒子運動は (4.1) の第二の式を対角化することによって求められる。このような方法をクランクした殻模型 (cranked shell model, CSM) と呼ぶ。また、回転系でのエネルギー $e'(\omega_{\rm rot})$ を routhian という。Nilsson diagram と同様に、角速度の関数として独立粒子の routhian をプロットしたもの (routhian diagram) は、集団的回転に対して独立粒子運動がどのように反応するかを示し、大変重要な役割を果たす。図 13 にその一例を示す。

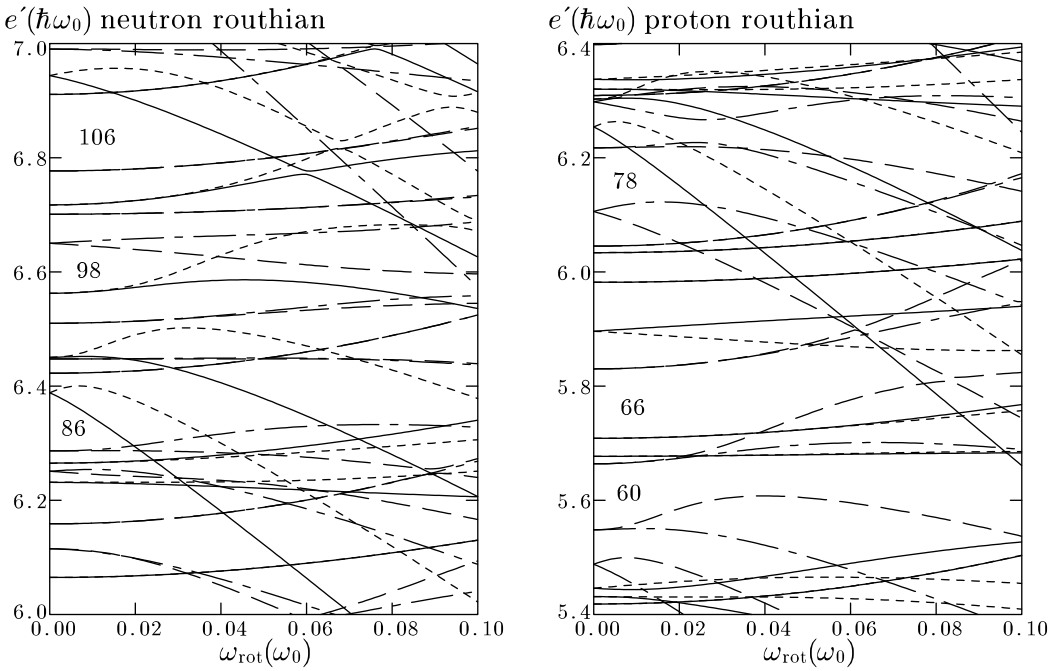

図 13: 回転系での独立粒子エネルギー ($\hbar\omega_0$ を単位として) を角速度の関数として示す。左が中性子、右が陽子のもの。変形度は $\epsilon_2 = 0.26, \epsilon_4 = 0.01, \gamma = 0$ で ^{164}Er 近傍の原子核に対応する。実線、点線、破線、一点鎖線がそれぞれ $(\pi, \alpha) = (+, +1/2), (+, -1/2), (-, +1/2), (-, -1/2)$ の準位を表す。

変形した平均場が対称性を破ることによって実現することを §2.1 で強調したが、今度の回転の効果を表すクランキング項は、時間反転不変性を破ることに注意しよう。このことは図 13 においては、角速度零で縮退していた、時間反転共役な軌道の対のエネルギーが分岐することに現れている。通常のように偶数次の変形 (式 (2.6) で L=even のみの変形) の場合は、残っている対称性はパリティー (parity, π) とシグネチャー (signature, r または α) のみとなる (もし、奇数次の変形がある場合にはこのパリティーとシグネチャーを組み合わせたシムプレックス (simplex, s) のみが保存する量子数となる)。ここで、シグネチャーとは回転軸 (x–軸) の回りの 180° 回転の演算に対する対称性であり、その量子数 r は $\hat{R}_x = \exp(-i\pi J_x)$ の固有値として定義される。一粒子状態 a については $r_a = \pm i$ であり、フェルミ面まで詰まっている平均場近似状態については $r = \prod_{\rm occ} r_a$ となる。高スピン状態の分類では r の代わりに、次の α がよく用いられる:

$$r = e^{-i\pi\alpha}, \quad \alpha \equiv I \pmod 2. \tag{4.4}$$

従って、偶核・奇核それぞれの場合、

$$\begin{array}{ll} \text{even} & \left\{ \begin{array}{lll} \alpha = \ \ 0 & (r=+1) & \leftrightarrow \quad I = 0,2,4,... \\ \alpha = \ \ 1 & (r=-1) & \leftrightarrow \quad I = 1,3,5,... \end{array} \right. \\ \text{odd} & \left\{ \begin{array}{lll} \alpha = +\frac{1}{2} & (r=-i) & \leftrightarrow \quad I = \frac{1}{2},\frac{5}{2},\frac{9}{2},... \\ \alpha = -\frac{1}{2} & (r=+i) & \leftrightarrow \quad I = \frac{3}{2},\frac{7}{2},\frac{11}{2},... \end{array} \right. \end{array} \tag{4.5}$$

のように回転バンドの角運動量と対応付けられる。図 13 ではこの (π,α) によって routhian が区別されており、$\omega_{\rm rot}=0$ での縮退が解けて、どれだけシグネチャー分岐 (signature splitting) を起こすかが、各独立粒子軌道が回転に対してどのように応答するかを端的に示している。

独立粒子運動に対する回転の効果は routhian e'_a の角速度に対する微係数に現れ、それは (4.1) 式により回転軸方向の角運動量成分 i_a に他ならない:

$$\langle a|J_x|a\rangle \equiv i_a = -\frac{de'_a}{d\omega_{\rm rot}}. \tag{4.6}$$

これを整列角運動量 (aligned angular momentum) という。すなわち、整列角運動量が大きな軌道であればある程、回転の効果によってより大きくエネルギーが下がる。図 13 を見ると確かにそのような性質を持つ一連の軌道が認められる。それらは、$\omega_{\rm rot}=0$ では high-j 軌道、または特異パリティー (unique parity) 軌道と呼ばれる球形殻模型軌道、$g_{9/2}, h_{11/2}, i_{13/2}, j_{15/2}, ...$ を主成分とする Nilsson 軌道に由来している。これらの軌道は核平均ポテンシャルの強い $\boldsymbol{ls}$–力によって、パリティーの異なった一つ上の主殻から下りて来た軌道であり、このために通常の偶数次変形によっては周りの軌道と混じらず、変形した場合でもかなり球形殻模型状態を保っている。しかも、持っている角運動量 j が大きいので、強く回転の効果 (コリオリ効果) を受けるのである。後に見るように、これらの軌道は高スピン状態では特に重要な役割を演じる。

(4.1) 式はずっと昔に、Inglis によって原子核の基底状態回転バンドの慣性能率を調べるために導入された [20]。クランキング項を 1 次の摂動として取り扱うことにより有名な Inglis の公式が導かれる:

$$\mathcal{J}_{\rm Ing} = \lim_{\omega_{\rm rot}\to 0} \frac{I(\omega_{\rm rot})}{\omega_{\rm rot}} = 2\sum_{ph} \frac{|\langle p|J_x|h\rangle|^2}{e_p - e_h}. \tag{4.7}$$

調和振動子ポテンシャルを仮定し、その時の自己無撞着条件 $\omega_x^2\langle\sum x^2\rangle = \omega_y^2\langle\sum y^2\rangle = \omega_z^2\langle\sum z^2\rangle$ を用いると、Inglis の公式は剛体の慣性能率 (3.1) に帰着する (今の場合 $\mathcal{J}_{\rm rig} = M\langle\sum(y^2+z^2)\rangle$ である)。よく知られているように慣性能率の剛体値は基底状態回転バンドの実験値 (例えば $\mathcal{J}_{\rm exp} = 3/E_{2^+}$ で求められる) と比べると、2–3 倍大きな値になる。これは §2.4 で述べた原子核の超伝導性によるものである。同じく調和振動子ポテンシャルで BCS 理論を用いると、適当な近似の下で次のような式が得られる [21, 4]:

$$\mathcal{J}^{\rm HO}_{\rm Ing}(\Delta) = \mathcal{J}_{\rm rig}\Big(1 - p\Big(\frac{\hbar\omega_0\,\epsilon_2}{2\Delta}\Big)\Big), \tag{4.8}$$

ただし、$p(x) \equiv \log[x+(1+x^2)^{1/2}]/[x(1+x^2)^{1/2}]$ であり、超伝導の効果がかなり敏感に反映することがわかる。この式は $\Delta\to 0$ で剛体値 $\mathcal{J}^{\rm HO}_{\rm Ing}(\Delta)\to\mathcal{J}_{\rm rig}$、逆に $\Delta\to\infty$ で流体模型と同様の結果 $\mathcal{J}^{\rm HO}_{\rm Ing}(\Delta)\to{\rm const.}\times(\epsilon_2)^2$、を導くことを示している。さて、$\hbar\omega_0\,\epsilon_2$ が変形による球形殻模型軌道の ($m=1/2$ 準位と $m=j$ 準位の間の) 分岐エネルギーに対応しているこ

とに注意しよう。典型的な変形核 $A \approx 160$ で $\epsilon_2 \approx 0.3$, $\Delta \approx 1$ MeV を用いると、式 (4.8) の因子は約 0.3 となり慣性能率の実験値をほぼ再現することがわかる。もっと詳しい分析では、より現実的な Nilsson ポテンシャルなどを用いて数値計算する必要があり、その結果はほぼ満足のいくものであることがわかっている (単極対相互作用のみでは少し小さく出過ぎるが、四重極対相互作用などを含む、より正確な対相互作用を用いるとよく実験値を再現する)。

このようにクランキングの考え方は、もともと角速度が小さく回転運動が摂動的に働くような場合に導入されたものである。しかしながら、次に見るように回転系での殻模型の考え方は高速回転する原子核でもよく成り立っており、むしろ、高スピン状態でこそその真価を発揮すると言っても過言ではない。

4.2 Application to collective rotation

クランクした殻模型 (CSM) の最も重要な応用例は、§3.3 で述べた対称軸に垂直な軸の回りに回転する、集団的回転スキームに従う原子核のイラスト領域の回転スペクトルである。本節で述べるようにそこでの分析により、回転系での独立粒子運動の概念が普遍的に成立していることが確かめられた。一般に、変形核の基底状態では超伝導性を導く対相関が重要であり、式 (4.1) の $h_{\rm def}$ としては $h_{\rm BCS}$ を用いなければならない。これを対角化して得られた回転系での準粒子エネルギーの計算例を図 14 に載せる。

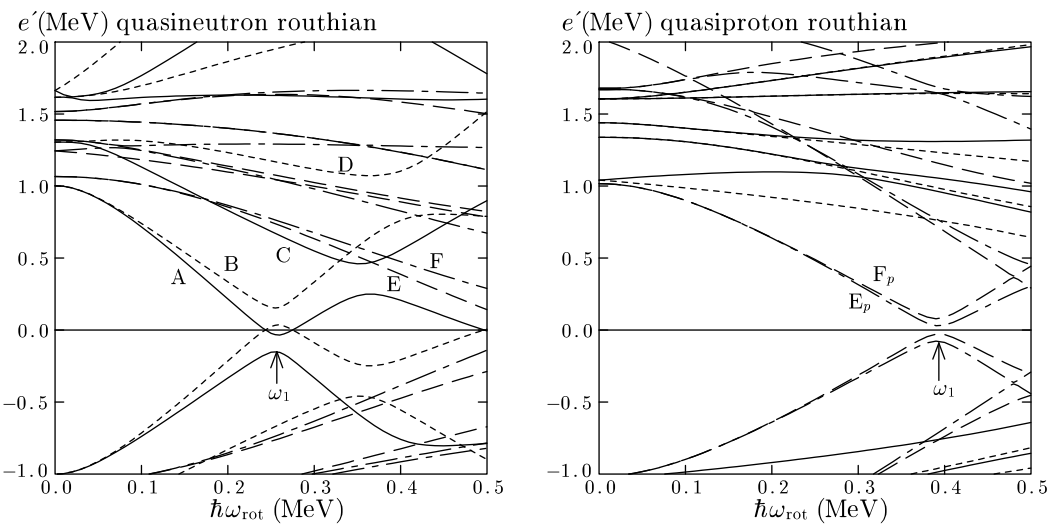

図 14: 回転系での独立準粒子エネルギー (MeV 単位)。左が中性子、右が陽子のもの。簡単のため $\Delta = 1$ MeV とし、変形度は $\epsilon_2 = 0.26, \epsilon_4 = 0.01, \gamma = 0$ で ^{164}Er 近傍の原子核に対応する。実線、点線、破線、一点鎖線がそれぞれ $(\pi, \alpha) = (+, +1/2), (+, -1/2), (-, +1/2), (-, -1/2)$ の準位を表す。

この図では物理的励起に対応する正エネルギー状態の他に、その鏡映となっている (ただし、シグネチャー α は入れ替わる) 負エネルギー状態も書き入れてある。この負エネルギー解がすべて詰まっている配位が「真空」(最小エネルギーのイラスト状態) に対応する。そして、励起状態はいくつかの負エネルギー解を正エネルギー解に励起することによって得られる (これは少し直観的な説明で、正確には第二量子化した言葉で正しく準粒子の励起を取り扱わなければならない)。例えば、奇核の基底状態は最低の正エネルギー解に 1 準粒子が励起し、偶々核の第一励起状態は最低の正エネルギー解の対に 2 準粒子が励起したものにな

る。$\omega_{\rm rot}=0$ では対ギャップ Δ に対応するエネルギーのギャップが存在するが、$\omega_{\rm rot}$ の増加とともに急激に下がって来る状態が見える (準中性子の場合図 14 左側の A,B,C,D と記されているもの)。これらの軌道は前節で触れた high-j 軌道から来るものであり、特に準中性子の場合、図中の A, B 軌道は $\nu i_{13/2}$–軌道の最低エネルギー状態でそれぞれ $\alpha=+\frac{1}{2},\,-\frac{1}{2}$ を持っており、$\omega_{\rm rot}=\omega_1$ の所で負エネルギーに突入する (実際には準位反発のために跳ねているが)。これら A,B の 2 準中性子状態は基底状態と同じ量子数 $(\pi,\alpha)=(+,0)$ を持っており、このことから基底状態回転バンドとこの 2 準中性子励起回転バンドは $\omega_{\rm rot}=\omega_1$ でエネルギー的に入れ替わり、$\omega_{\rm rot}>\omega_1$ では後者がイラスト状態になることを示している。これは正に §3.4 で図 11, 12 に関連して述べたバンド交差 (backbending) 現象であり、そこで g-band と交差する s-band の正体がこの $i_{13/2}$–2 準中性子励起回転バンドであることがわかる。式 (3.2) の慣性能率 $\mathcal{J}^{(1)}$ が g-band より大きくなるのは、準粒子の回転整列によって角運動量 I が $i_A+i_B\approx 8$–$10\hbar$ の分だけ大きくなるためである。現在では、このようなバンド交差現象は基底状態回転バンドだけではなく、励起回転バンドにおいても系統的に観測されており、同様にして CSM によりその機構が理解されている。

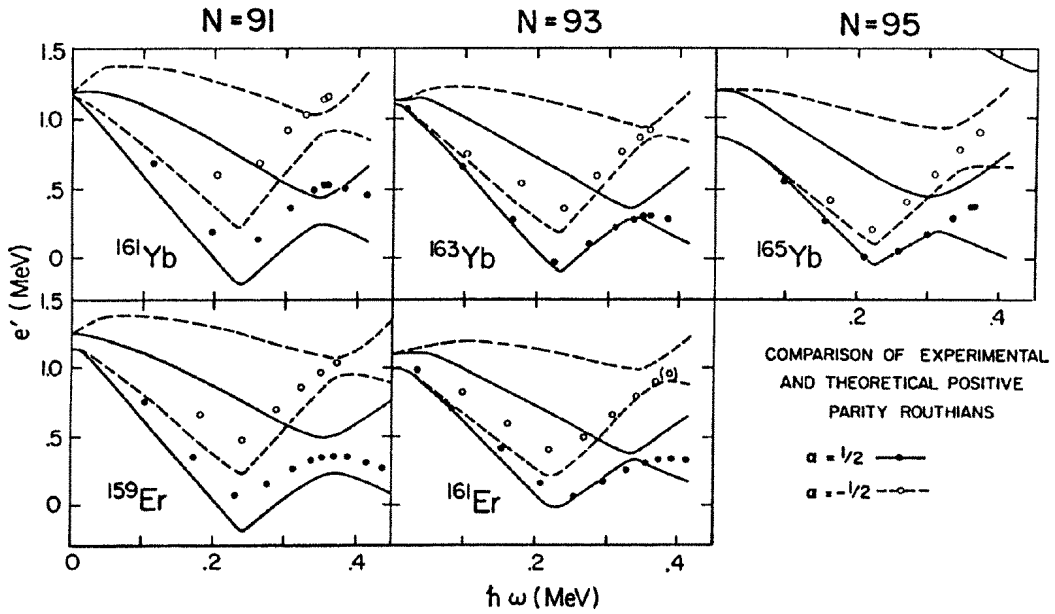

図 15: 1 準粒子状態の実験データとクランクした殻模型との比較例 (正パリティー状態)。

回転系での独立準粒子状態の概念がよく成立していることを直接調べるためには、奇核における 1 準粒子回転バンドを見ればよい。図 15、図 16 に CSM の理論値と実験データを比較した例を示す。ここで、実験で観測されている $\Delta I=2$ の回転バンドのエネルギー $E(I)$ を図 14 に対応するように、回転系での routhian に変換している。このステップは具体的には次のように行なわれる。まず、離散的な角速度を次のように導入する:

$$\omega_{\rm rot}(I)=\frac{dE}{dI}\approx\frac{E(I+1)-E(I-1)}{I_x(I+1)-I_x(I-1)},\tag{4.9}$$

ただし、回転軸方向の角運動量 I_x は準古典的関係から $I_x(I)=\sqrt{(I+1/2)^2-\Omega^2}$ で計算する。ここで、Ω は $\omega_{\rm rot}=0$ での Nilsson 準粒子状態の、角運動量の対称軸 (z–軸) 成分の値である (よく K とも書く)。式 (4.9) は角速度 $\omega_{\rm rot}$ と角運動量 I との関係をつけ、高スピン

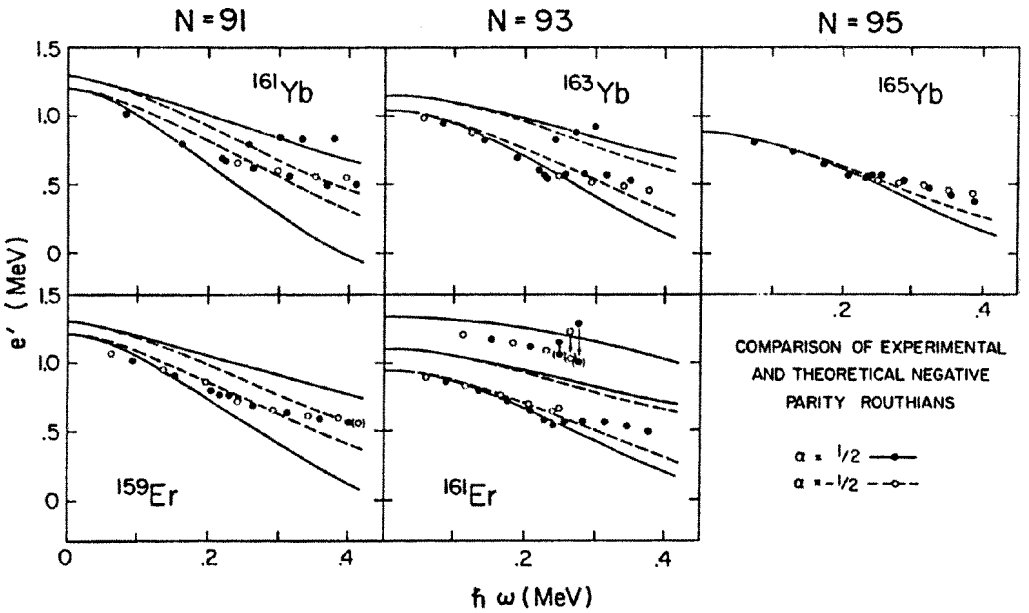

図 16: 1 準粒子状態の実験データとクランクした殻模型との比較例 (負パリティー状態)。

状態 $I \gg \Omega$ の場合には、γ–線の遷移エネルギー $E_\gamma(I) = E(I+1) - E(I-1)$ を用いて、$\omega_{\rm rot} \approx E_\gamma/2$ と書けることに注意しておこう。これによって、角速度 (4.9) での routhian は

$$E'(\omega_{\rm rot}) = E(I) - \omega_{\rm rot} I_x(I), \quad I_x = -\frac{dE'}{d\omega_{\rm rot}}, \tag{4.10}$$

で与えられる (実際には $E(I) = \frac{1}{2}[E(I+1)+E(I-1)]$, $I_x(I) = \frac{1}{2}[I_x(I+1)+I_x(I-1)]$ を使う必要がある)。図 14 の準粒子エネルギーは真空からの励起エネルギーであるから、実験データの routhian から準粒子真空配位の寄与 $E'_{\rm ref}$ (これを参照エネルギー (reference routhian) という) を差し引く必要がある:

$$e'(\omega_{\rm rot}) = E'(\omega_{\rm rot}) - E'_{\rm ref}(\omega_{\rm rot}). \tag{4.11}$$

図 15、図 16 の場合は、両隣の偶々核のイラスト routhian の実験データを平均したものを用いているが、場合によっては、referenece としては基底状態回転バンドを次のように $(\mathcal{J}_0, \mathcal{J}_1)$ でパラメータ化した Harris 公式を用いることも多い:

$$E'_{\rm ref}(\omega_{\rm rot}) = \frac{1}{8\mathcal{J}_0} - \frac{1}{2}\mathcal{J}_0\omega_{\rm rot}^2 - \frac{1}{4}\mathcal{J}_1\omega_{\rm rot}^4. \tag{4.12}$$

準中性子励起の図 15 ($\pi = +$ なので図 14 左の A,B 準粒子軌道に対応) や図 16 ($\pi = -$ なので図 14 左の E,F 準粒子軌道に対応) を見ればわかるように、適当な変形度や対ギャップ (これらは基底状態の性質によって決まる) を取ることにより、奇核の回転バンドが回転系での 1 準粒子励起として見事に説明されていることがわかる。偶々核や奇核のより高い励起回転バンドの場合も、これらの準粒子励起モードを独立粒子近似の範囲で重ね合わせることによって (近似的に) よく説明できることがわかっている。例えば、図 11 の s-band の routhian は $e'_{s\text{-band}}(\omega_{\rm rot}) = e'_A(\omega_{\rm rot}) + e'_B(\omega_{\rm rot})$ として簡単に記述でき、バンド交差現象を定量的に説明できる。このこと、すなわち 同じ角速度で 準粒子状態を重ね合わせることにより、多準

粒子回転バンドが自然に記述できることは、実に驚くべきことである。偶々核の基底状態回転バンドといえども球形殻模型の微視的言葉で言えば、非常に複雑な多粒子–多空孔状態の重ね合わせで出来ており、準粒子励起回転バンドももちろんそうである。それらがこのように単純な同一角速度での準粒子励起という形で結びつけられることは、回転系での独立粒子近似という描像が的を得たものであることを示している。

4.3 Rotational alignment

前節で図 11 での慣性能率の後方歪曲 (backbending) 現象は、イラスト線に沿って見た時図 14 の A,B 準中性子が、負エネルギー解から正エネルギー解へと励起することにより、急激に角運動量が増加することによって説明された。そして、このような準粒子の励起を回転整列 (rotational alignement) と呼んだ。これは、それまで変形軸の方向に束縛されていた準粒子の角運動量が回転軸方向へ整列することに対応しているからである。すなわち、準粒子の角運動量ベクトルの質的変化を伴っている。この準粒子励起の解釈は次のような古典力学的考察によりよく理解出来る [22]。特に問題となる high-j 軌道を想定して、独立した単 1–j(single-j) 軌道の核子が、軸対称四重極変形したポテンシャル中を運動している場合を考える。変形ポテンシャルは $Y_{20} \propto (3z^2 - r^2)$ に比例しているが、単 1–j 殻内ではその行列要素は $[j(j+1) - 3m^2]$ $(m = j_z)$ に比例する。従って、角運動量ベクトル $\boldsymbol{j}$の満たすべき方程式は次のように書ける:

$$\begin{cases} e' = e_0 + \kappa j_z^2 - \omega_{\rm rot} j_x, \\ j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = j(j+1). \end{cases} \tag{4.13}$$

ただし、e_0, κ は変形度やフェルミエネルギーを決めれば決まる定数である (レモン型変形なら $\kappa > 0$)。与えられた角速度 $\omega_{\rm rot}$ 及び routhian e' で、式 (4.13) は (j_x, j_y, j_z)–空間での放物面 ((j_x, j_z)–面での放物線を j_y–方向に並行移動してできる面) と球面を表し、ベクトル $\boldsymbol{j}$の軌跡はその交線で決まる閉曲線上を回ることになる (図 17 参照)。

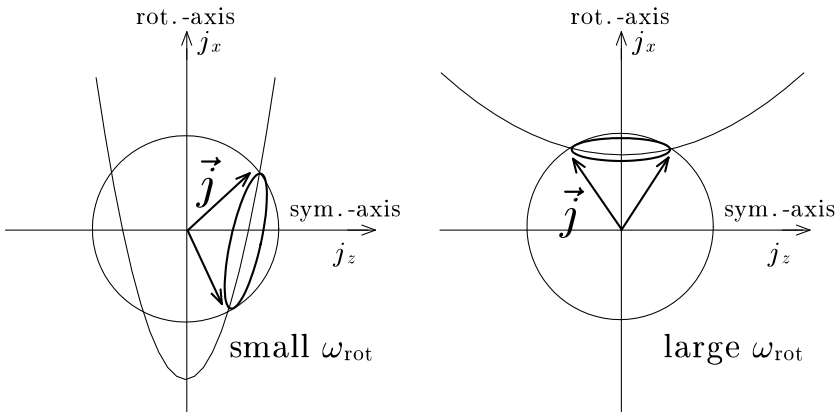

図 17: 回転整列の機構を単 1–j 模型で古典力学的に理解するための概念図 (j_y=0 面での切口)。

角速度が小さい場合は (4.13) の放物面は開きが小さく、かつ ($e' - e_0 > 0$ の時は) 頂点は $j_x < 0$ の側にあるので (図 17 左)、軌道は j_z–軸を回るものになる。これに対し角速度が大きい場合は放物面の開きは大きくなり (図 17 右)、軌道は j_x–軸を回るものに変化する。この変化がまさに回転整列に他ならず、回転軸方向への角運動量ベクトルの整列機構をはっきり

と表している。このようにして古典力学的理解によって、図 13 の $(e', \omega_{\rm rot})$–関係に対して見事な解釈を与えることができる。また、今は簡単のために対相関は考えなかったが、超伝導状態にある準粒子に対しては (4.13) の第一式の代わりに $e' = \sqrt{(e_0 + \kappa j_z^2)^2 + \Delta^2} - \omega_{\rm rot} j_x$ を用いれば、(少し複雑になるが) 同様の解釈を与えることができる (詳しくは文献 [23] 参照)。

4.4 Application to non-collective rotation

§3.3 で述べた、対称軸回りに回転する非集団的回転スキームの場合にも、全く同様にクランクした殻模型の準粒子 routhian を考えることができる。しかしながら、この時の角速度 $\omega_{\rm rot}$ の意味には注意が必要である。集団的回転がないので文字通り核ポテンシャルが動的に回転しているわけではないからである。むしろ、回転軸方向に角運動量を生成するためのラグランジュ未定乗数の役割を果たしていると考えるべきである。ミカン型変形の場合に得られた回転系での準粒子エネルギーの例を図 18 に示す。

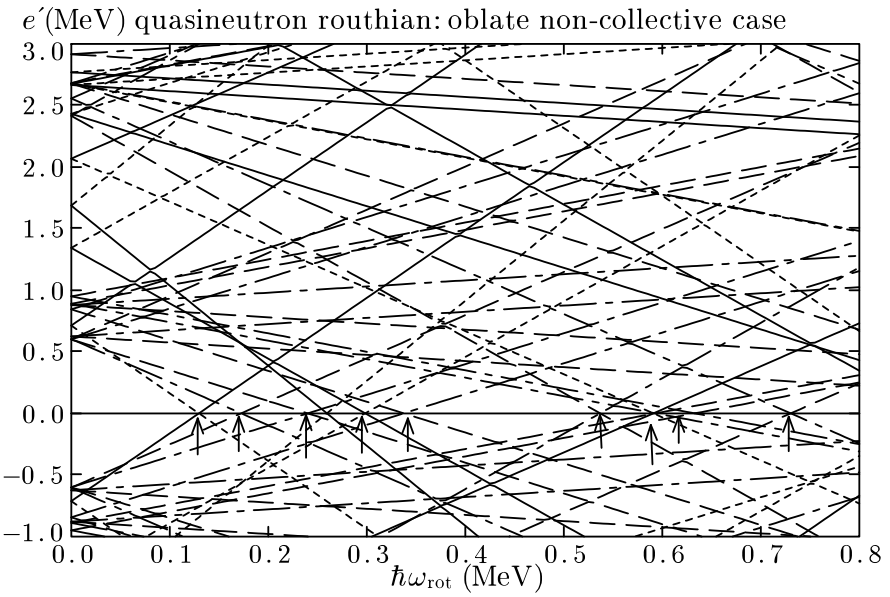

図 18: ミカン型非集団的回転の場合の回転系での独立準粒子エネルギー (MeV 単位)。中性子に対するもので、$\Delta = 0.6$ MeV、変形度は $\epsilon_2 = 0.19, \epsilon_4 = -0.04, \gamma = 60°$ で ^{152}Dy 近傍の原子核の高スピン状態に対応する。回転整列の起こる角速度を矢印で示す。

$\omega_{\rm rot}$ が文字通りの角速度の意味を持たないことは、この図からも読みとれる。対称軸と回転軸が一致するのでその角運動量 J_x は対角的であり、角速度を変化させても準粒子軌道の状態 i は変化せず、図にあるように対称軸成分 $m_i \equiv \Omega_i = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}, ...$ に比例して線形に routhian が変化するのみである:

$$e'_i(\omega_{\rm rot}) = E_i - \omega_{\rm rot} m_i. \tag{4.14}$$

ここで、E_i は BCS 準粒子エネルギー $E_i = \sqrt{(e_i - \lambda)^2 + \Delta^2}$ である。従って、このようにして得られた角運動量 $I = \sum_{\rm occ} m_i$ は $\omega_{\rm rot}$ の滑らかな関数ではなく、常に $dI/d\omega_{\rm rot} = 0$ である。実際、回転整列が起こる角速度のところ (図 18 では矢印で記す) で準粒子の持つ m_i だけ離散的に増加し、I は $\omega_{\rm rot}$ の関数として階段状の振舞いを示す。この時、回転整列する準

粒子の m_i はフェルミ面の殻構造によって決まっており、必ずしも $1\hbar$ づづの値を取るわけではない。従って、このような準粒子の「真空」としてイラスト状態のすべての角運動量 I を作ることはできない。そのためにはこの「真空」から適当な整列角運動量を持つ準粒子励起 (または、粒子–空孔励起) をさせる必要がある。逆に言うとこの「真空状態」はそれが持つ固有の角運動量の近傍で、最もエネルギー的に有利な状態であるわけで、これが正に §3.4 の図 9 や図 10 で現れた長寿命の異性体状態であるイラスト・トラップの候補となる状態である。実際、観測で見つかっているものは、すべてこのようにして得られる状態であることがわかっている。

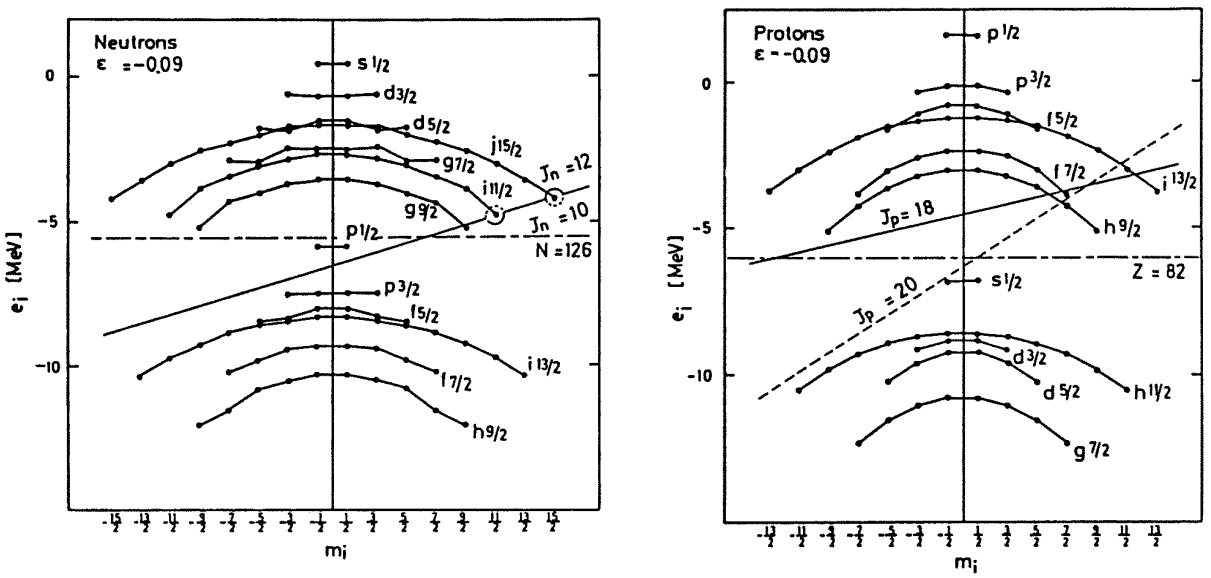

図 19: 傾斜したフェルミ面 (斜めに入った実線・点線) による回転整列の理解のために、一粒子エネルギー (e_i) をその対称軸成分 (m_i) の関数として示したもの。ミカン型変形で $\epsilon_2 = 0.09$ に対応する。左が中性子で右が陽子に対応し、ここでは平均場としては Woods-Saxon ポテンシャルを用いている。

一般に、回転整列が多く起きると準粒子対を壊すことになるので対相関は弱くなる。対相互作用は互いに逆方向の角運動量を持った時間反転共役対の間に働くが、クランキング項はそれを揃える方向に働くからである。またこのことは、式 (4.1) が $\omega_{\rm rot}$=磁場 (H_x)、J_x=磁化 (M_x) と見ると磁場中での有効ハミルトニアンの形をしており、角速度を増加させることが磁場を増加させることに対応して、超伝導状態が強い磁場で壊れることに相当している (Mottelsson-Valatin 効果)。従って、高スピン多準粒子回転整列状態では超伝導ではなくなっている $(\Delta = 0)$ と考えられる。そのような場合には、イラスト・トラップの真空配位を別のより簡明な方法で調べることができる。それは、(4.14) 式を次のように書き換えてみると明らかになる:

$$e'_i = (e_i - \lambda) - \omega_{\rm rot} m_i = e_i - \lambda'(\omega_{\rm rot}, m_i), \quad \lambda'(\omega_{\rm rot}, m) \equiv \lambda + \omega_{\rm rot} m. \qquad (4.15)$$

ここで $\lambda'(\omega_{\rm rot}, m)$ は傾いたフェルミ面 (sloping Fermi-surface) と呼ばれる。その意味は、図 19 のように、一粒子エネルギーをその対称軸成分 m を横軸として書き、$\lambda'(\omega_{\rm rot}, m)$ で定義されるフェルミ面の下の状態を詰める、と考えると明らかである。四重極型変形が主要な変形である通常の場合、この図のように (e, m)–平面では球形殻模型の j–軌道の縮退が解けた状態がほぼ放物線上に並ぶ (放物線になるのは主たる変形が $(L = 2$ の) 四重極型だからである)。この時、ミカン型変形なら上に凸、レモン型変形なら下に凸である。従って、ミカ

ン型 (レモン型) 変形の場合には、フェルミ面のすぐ上 (下) に high-j 軌道が存在すると、大きな $m = j$ 状態を占有する (空ける) ことによって、少ない励起エネルギーで大きな整列角運動量を稼ぐことができる。まさに、このことが非集団的回転の場合に高スピン・異性体ができる原因になっているのである。ただし、本当にどれだけエネルギー的に安定な異性体になるかを調べるためには、変形や対相関を自己無撞着に変分して求めるようなより詳細な計算が必要である。

図 9 や図 10 の所で、非集団的回転の場合はイラスト状態のエネルギースペクトルは不規則であるが、平均としては剛体的な回転状態 (3.1) をなすことに触れたが、このことは次のようにして理解される [4]。平均的なイラスト状態は独立粒子励起を統計的に取り扱うことによって定義できる。すなわち、エネルギー ϵ、回転軸方向の角運動量成分 m を持つ粒子の準位密度を $g(\epsilon, m)$ とすると、平均的エネルギーと角運動量は次のように表される:

$$E_{\rm av} = \int_{-\infty}^{\infty} dm \int_{-\infty}^{\lambda'(\omega_{\rm rot},m)} d\epsilon\, \epsilon g(\epsilon, m), \quad I_{\rm av} = \int_{-\infty}^{\infty} dm \int_{-\infty}^{\lambda'(\omega_{\rm rot},m)} d\epsilon\, m g(\epsilon, m). \tag{4.16}$$

ここで、$\omega_{\rm rot}$ が小さいとして最低次で取り扱い、またフェルミ面近傍で準位密度が一様 ($\bar{g}$) であるとする準古典近似を取ると、

$$E_{\rm av}(\omega_{\rm rot}) \approx E_{\rm av}(\omega_{\rm rot} = 0) + \frac{1}{2}\mathcal{J}_{\rm av}\,\omega_{\rm rot}^2, \quad I_{\rm av}(\omega_{\rm rot}) \approx \mathcal{J}_{\rm av}\,\omega_{\rm rot}, \tag{4.17}$$

となる。ここで $\mathcal{J}_{\rm av} = \int m^2 g(\lambda, m) dm \approx \langle J_x^2 \rangle \bar{g}$ は、かなり一般的な条件の下に剛体値の慣性能率になることを示すことができる: $\mathcal{J}_{\rm av} \approx \mathcal{J}_{\rm rig}$ [4]。従って、式 (3.1) が導かれることになるのである。

4.5 Nuclear shape at high-spin states

ここまでの議論では、高スピン状態での原子核の変形がどのように決まるかは論じず、形をはじめから仮定して議論を行なってきた。しかしながら、§2 で論じたように核変形は独立粒子軌道の殻効果に強く依存して決まった。他方、本節の最初に独立粒子軌道、特に high-j 軌道は、回転運動に敏感に反応することを見た。従って、高スピン状態の変形も回転運動の影響を強く受けることが期待される。

イラスト領域での変形を自己無撞着に求めるには、§2.3 での Strutinsky の方法をクランクした殻模型の場合に拡張すればよい (cranked Strutinsky 法)。またはより微視的には、適当な有効相互作用を用いた平均場近似 (HFB 理論) を回転系に拡張してもよい (cranked HFB 理論)。ここでは cranked Strutinsky 法について簡単に説明する。具体的な計算方法としては通常 2 種類の方法がある。第一の方法は、変形についてのエネルギーの最小化を、角速度一定で routhian について行なうものである。このタイプの計算を TRS(Total Routhian Surface) 計算といい、クランキングの処方に対し素直な計算法である。ここで注意すべきことは、Nilsson ポテンシャルの $\boldsymbol{l}^2$–力のような速度依存力を含むと角運動量のスムーズな部分は剛体値にならなず、角運動量に対しても殻補正が必要になることである (Woods-Saxon ポテンシャルでも半径パラメータが正しくないと同様に補正が必要)。すなわち、

$$E'(\omega_{\rm rot}) = \delta E'_{\rm sh}(\omega_{\rm rot}) + E'_{\rm LDM}(\omega_{\rm rot}), \quad I(\omega_{\rm rot}) = \delta I_{\rm sh}(\omega_{\rm rot}) + I_{\rm LDM}(\omega_{\rm rot}). \tag{4.18}$$

ここで、液滴模型での routhian 及び角運動量は剛体値をとる:

$$E'^{\rm (rot)}_{\rm LDM}(\omega_{\rm rot}) = -\frac{1}{2}\mathcal{J}_{\rm rig}\omega_{\rm rot}^2, \quad I_{\rm LDM}(\omega_{\rm rot}) = \mathcal{J}_{\rm rig}\omega_{\rm rot}. \tag{4.19}$$

この式から明らかなように、回転する液滴模型でのイラスト状態は、(Jacobi の不安定性を示さない限り) ミカン型で対称軸の回りを回転する、$\gamma = 60°$ の回転スキームになる (慣性能率が最大になるから)。この TRS 計算に対しより本来的な方法は、変形についてのエネルギーの最小化を、角運動量一定で (routhian でなく) エネルギーについて行なうものであり、TES(Total Energy Surface) 計算という。この計算では、まず変形度の各点において、(4.18) の第二式を計算し、それを逆解きして $\omega_{\rm rot}(I)$ を求めておき、第一式の routhian から逆にエネルギーを $E(I) = E'(\omega_{\rm rot}(I)) + \omega_{\rm rot}(I)I$ から求める。そのようにして得られた $E(I)$ を角運動量 I を一定にして最小化するわけである。従って、このタイプの計算のためには、それぞれの変形度に対し相異なったいろいろな $\omega_{\rm rot}$ での routhian の計算が同時に必要であり、通常 $I(\omega_{\rm rot})$ に対する補間を要するなど、TRS 計算に比べてかなり面倒になる。

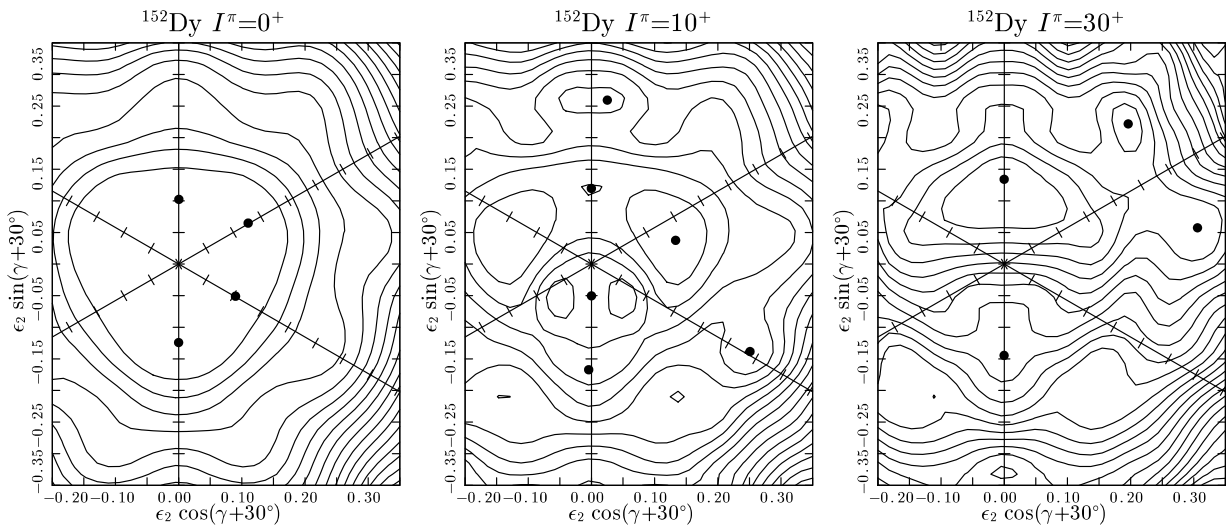

図 20: ^{152}Dy 高スピン状態のエネルギー面の計算値。黒塗点が極小を表し、等高線の間隔は 0.5 MeV である。高スピン・イラスト状態は $\gamma = 60°$ であることがわかる。

ここでは §3.4 で述べた実験データに対応する原子核に対して、Nilsson ポテンシャルを用いた cranked Strutinsky の方法によって得られた TES 計算 (I:一定の面) の結果を図 20–23 に示そう。この図は図 8 左に示した (ϵ_2, γ)–座標に対してエネルギー等高線をプロットしている (Nilsson ポテンシャルの ϵ_4 変形度については (ϵ_2, γ) の各点でエネルギーを最小化するように決められ、また、対相関も取り込まれた計算である)。極小点が平衡変形の形を決め、どの回転スキームが成り立っているのかがわかる。$\gamma = -120°, 60°$ の軸に関しては完全対称であり、極小点は右側にのみ記されている。また、$I = 0(\omega_{\rm rot} = 0)$ では、$0 \le \gamma \le 60°$, $-60° \le \gamma \le 0$, $-120° \le \gamma \le -60°$ の 3 つの扇形はすべて同値であることに注意しよう。

まず、$^{152}{\rm Dy}_{86}$ 核に対する結果 (図 20) を見ると、$I = 0$ ではポテンシャル面はソフトであり、ミカン型・レモン型の極小が見られるがそのエネルギーは球形と比べて実は 100–200 keV 程度しか違わない。変形座標に対する零点振動の効果を考えると、ほぼ球形の変形を持つと言ってよく、実験データの示すところと一致している。この核を少し回転させると $(I = 10\hbar)$、$(\epsilon_2, \gamma) \approx (0.14, -10°)$ 程度の少し変形したほぼレモン型集団的回転状態が現れる。実はこの原子核は最初に超変形回転バンドが見つかった原子核であるが、それと相前後してイラスト状態より少し高い励起エネルギーを持った、通常変形に対応する集団的回転バンドが発見された (後の図 27 参照)。計算によるこの極小状態はそのような回転状態に対応していると考えられる。しかしながら、さらに高スピン状態をみると $(I = 30\hbar)$ イラスト状態は $\gamma = 60°$

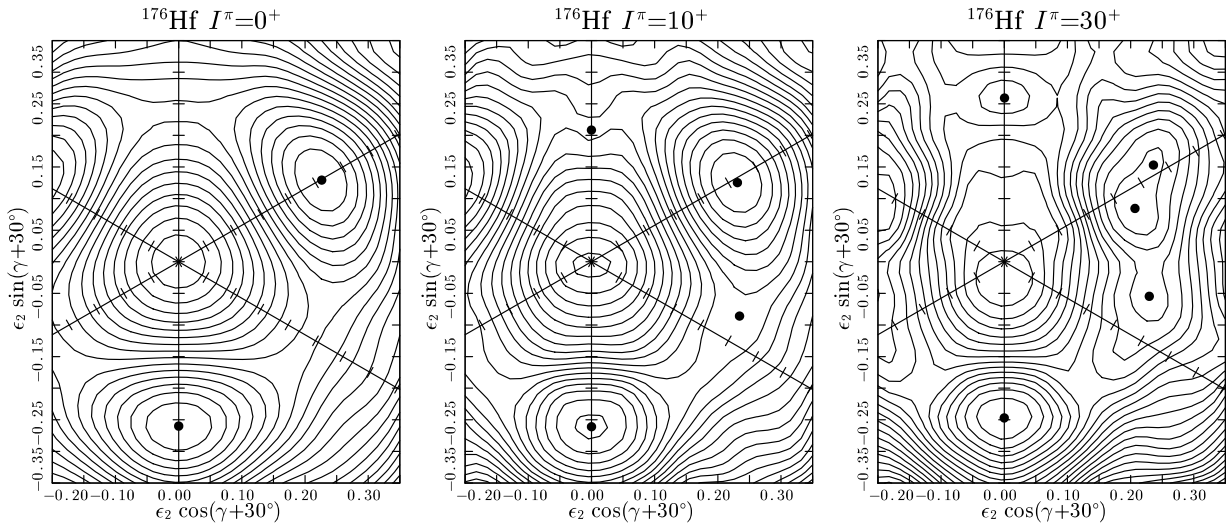

図 21: ^{176}Hf 高スピン状態のエネルギー面の計算値。高スピン・イラスト状態は $\gamma = -120°$ であることがわかる。

のミカン型非集団回転状態となり、実験で観測されている事実をよく説明する。

このように ^{152}Dy 核は 3 つの異なる回転状態 — ミカン型非集団回転、レモン型集団回転、超変形回転 — がイラスト領域に共存している興味深い例になっている。一般に、基底状態が球形に近い原子核はエネルギー面がソフトであり、回転の影響を受けて大きく平衡変形が変化し、このような変形共存 (shape coexistence) や変形相転移が見られる。実際、もう少し中性子数の大きな (N =88–90) 原子核では基底状態はソフトなレモン型変形核であるが、高スピン状態で $\gamma = 0 \rightarrow 60°$ の集団的回転から非集団的回転への変形相転移を起こす。このときのスペクトルは規則的な回転バンドがなくなるように見えるので、バンド終結 (band termination) と呼ばれ、他の核領域でも同様な転移現象が観測されている [24]。

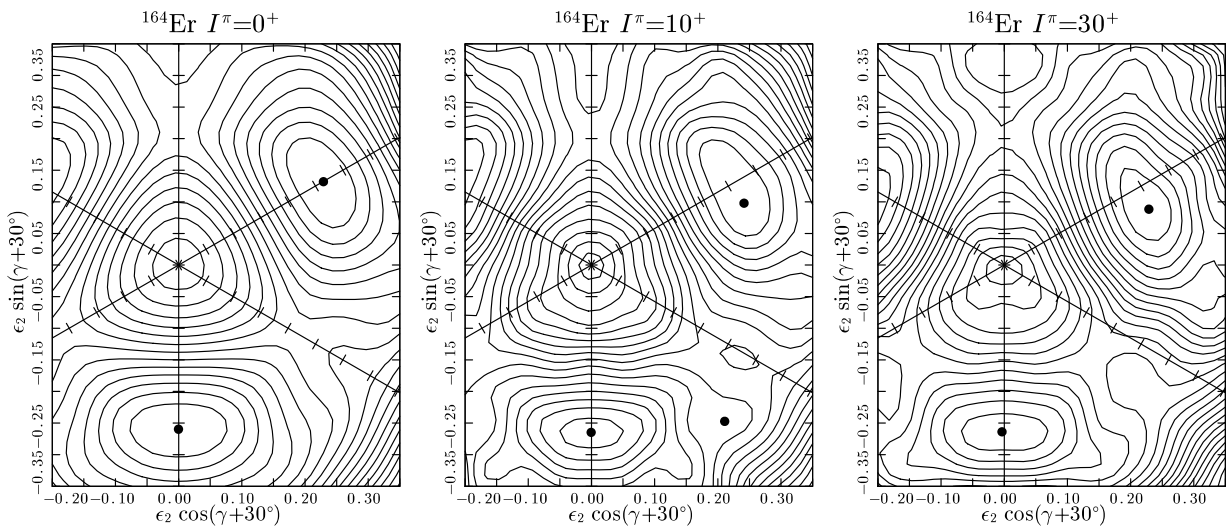

図 22: ^{164}Er 高スピン状態のエネルギー面の計算値。高スピン・イラスト状態は $\gamma \approx 0$ であることがわかる。

このような回転によって引き起こされる変形相転移は、回転整列した核子 (または準粒子) の偏極効果によるものであり、整列する核子軌道の性質によっていろいろな型の転移を起こ

す。それぞれの軌道がどのような変形を好むかは、図 2 のような Nilsson diagram を見ればわかる。例えば、レモン型変形を大きくした時にエネルギー的に下がってくる軌道はレモン型変形を好み、それが粒子 (空孔) 軌道の時は原子核全体をレモン型 (ミカン型) 変形に偏極させる。同様のことは、γ–方向の変形についても言える。γ–方向についての Nilsson diagram を見れば、それぞれの軌道が $\pm$ どちらの方向に γ–変形を偏極させるかがわかる。

さて、^{152}Dy に比べてより中性子数が多くなると基底状態はよく変形した典型的なレモン型変形回転核になる。その例が、^{176}Hf (図 21) と ^{164}Er (図 22) である。いずれの原子核も $I = 0$ ではよく発達したレモン型変形 ($\epsilon_2 \approx 0.26$) をしている。これらのよく変形した原子核は回転効果による影響を受けにくく、$\gamma \approx 0$ と $\gamma = -120°$ の極小はかなり高速回転させても生き残る。しかしながら、^{176}Hf の場合は $\gamma = -120°$ の極小が低くイラスト状態になり、レモン型非集団回転状態 (high-K isomer) が実現するのに対し、^{164}Er の場合は $\gamma \approx 0$ の極小がイラスト状態になり、レモン型集団的回転状態が実現する。前者の場合は、フェルミ面近傍に角運動量の対称軸成分 Ω の大きな軌道が特徴的に存在し、§4.4 で説明したように対称軸方向へ回転整列した状態がエネルギー的に有利になるからである。これに対し ^{164}Er の場合は、回転整列は対称軸に垂直な集団的回転軸方向に起こり、g-band と s-band のバンド交差現象を導くのである。

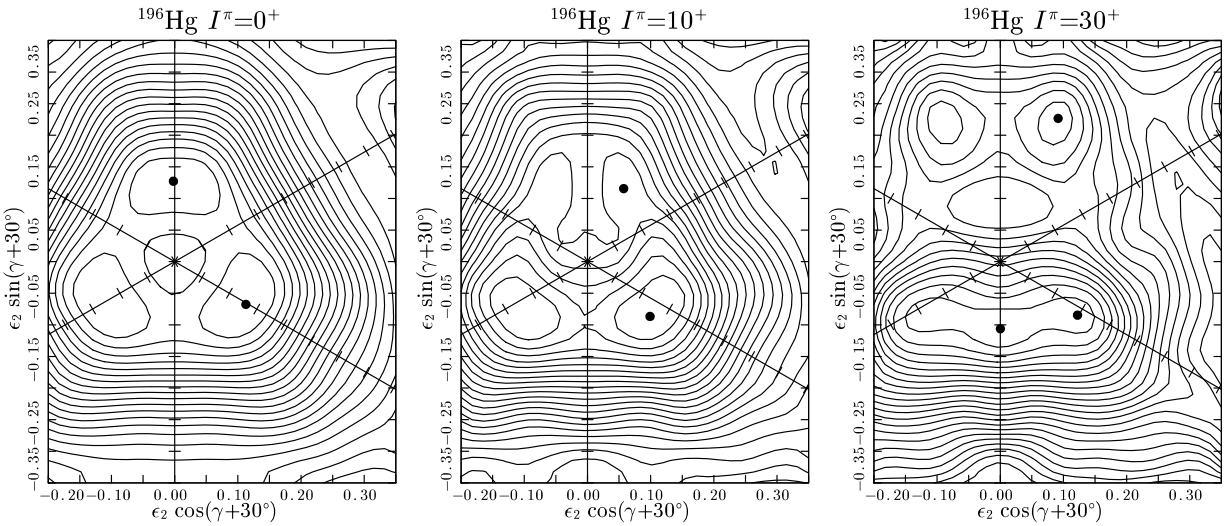

図 23: ^{196}Hg 高スピン状態のエネルギー面の計算値。高スピン・イラスト状態は $\gamma \approx -60°$ であることがわかる。

^{196}Hg (図 23) の場合も、^{152}Dy と同様に $I = 0$ ではエネルギー面はソフトである。特に γ–方向についてはかなり平坦であるが、まあまあはっきりしたミカン型変形の極小が存在する。回転させると ($I = 10\hbar$)、$\gamma = 60°$ の方の極小は不安定化し、集団的回転の $\gamma \approx -60°$ の方の極小が発達する。このことは図 12 で述べた実験データの状況と対応している。さらに、高スピンになると ($I = 30\hbar$) $-120° \leq \gamma \leq -60°$ の範囲内で γ–方向に平坦になり、$\gamma \approx -60°$ の極小と $\gamma = -120°$ の極小が競合することが示唆されている。

4.6 Other theoretical approaches

この §4 では、平均場近似 — 回転系での独立粒子運動 — の概念を用いて、高スピン状態で起こる種々の現象が統一的に理解できることを見た。また、それを用いた自己無撞着計算により、どの原子核でどのような回転スキームが実現するのかについて、その微視的機構を含めてうまく理解できることがわかった。しかしながら、平均場近似の範囲内では説明できないこと、または近似が不十分なことが多々あるのも事実である。例えば、よく知られているように原子核の基底状態近傍ではもう一つの基本的集団運動モードとして振動運動があり、それは独自のバンド構造をなしている (phonon band)。高スピン状態においてこのような振動運動を取り扱うためには、例えば、振動運動の微視的理論である乱雑位相近似 (Random Phase Approximation, RPA) を回転系に拡張することが必要であり、そのような研究も行なわれている。基本的に、平均場近似を第零近似として、原子核の基底状態近傍で使われてきた方法 (RPA を含め、これについては例えば教科書 [3] を参照) を、回転系に拡張する方法によって、より高次の効果を取り入れ近似精度を高めることができる。

他方、平均場近似では積極的に対称性を破ることにより、より単純で精度のよい状態の記述を試みるわけであるが、現実の観測データは対称性を破っていないために、困難が生じる場合がある。例えば、電磁遷移確率は始状態と終状態の角運動量に明確に依存する。平均場近似で記述される状態は内部状態 (物体固定系での状態) であり、それを用いて実験室系での物理量を計算するには模型的考え方が必要になる (その一例として、例えば [25, 26, 27] を参照)。特に、現実的な方法は核子の自由度から出発する微視的な記述はあきらめて、その代わりに角運動量を厳密に取り扱った集団運動模型を用いることである。例えば、回転運動に対しては回転子模型 (rotor model)、振動については非調和振動模型 (anharmonic vibrator model)、また、それらを統一的に取り扱うことができる相互作用するボゾン模型 (interacting boson model) など、である。このような模型に、これまで見たように高スピン状態で重要な役割を果たす、独立粒子 (準粒子) 運動の回転整列の効果を組み込むことによって、角運動量を保存した理論的アプローチを構成することができる。その代表的な例が、粒子–回転結合模型 (particle-rotor coupling model) である。詳細には触れられないが (例えば [4, 3] 参照)、この方法によっても、バンド交差現象や慣性能率の変化を理解することができ、また、電磁遷移確率の詳細な計算も可能となる。これに対し微視的な平均場近似の波動関数を用いながら、角運動量を厳密に取り扱う方法としては、破った対称性を力ずくで回復させる角運動量射影法がある (粒子数の回復の場合も同様に粒子数射影法という、これらについても教科書 [3] 参照)。この方法もいろいろな段階の応用法があり、完全に遂行するにはかなり大規模な数値計算を要するが、最近では中重核の高スピン状態に対する応用も行なわれきている (例えば [28, 29] 参照)。

また、回転によって大きく平均場が変化する (変形相転移、変形共存) の場合は、変形パラメータ自身を座標として、これに依存した平均場波動関数を適当な重みで重ね合わせた状態を取り扱う、生成座標法 (generator coordinate method) が基本的な微視的アプローチと言えよう (これについても教科書 [3] 参照)。しかしながら、この方法を用いた計算も大規模な数値計算を要することや、平均場近似で記述される「真空」状態に対して低い励起状態がある場合の原理的困難などもあり、高スピン状態に対する現実的な応用についてはまだまだ行なわれていない状況である。

5 Some Selected Topics

§3 と §4 で述べた高スピン状態の物理の基本的理解は、主として '80 年代中ごろまでの研究によって共通の認識となってきたことである。その後、図 24 に示されているようにいろいろな方向に研究が進み、多くの新しい知見が得られている。ここではすべてを詳しく説明することはできないが、その主なものの項目を挙げて概観しよう。

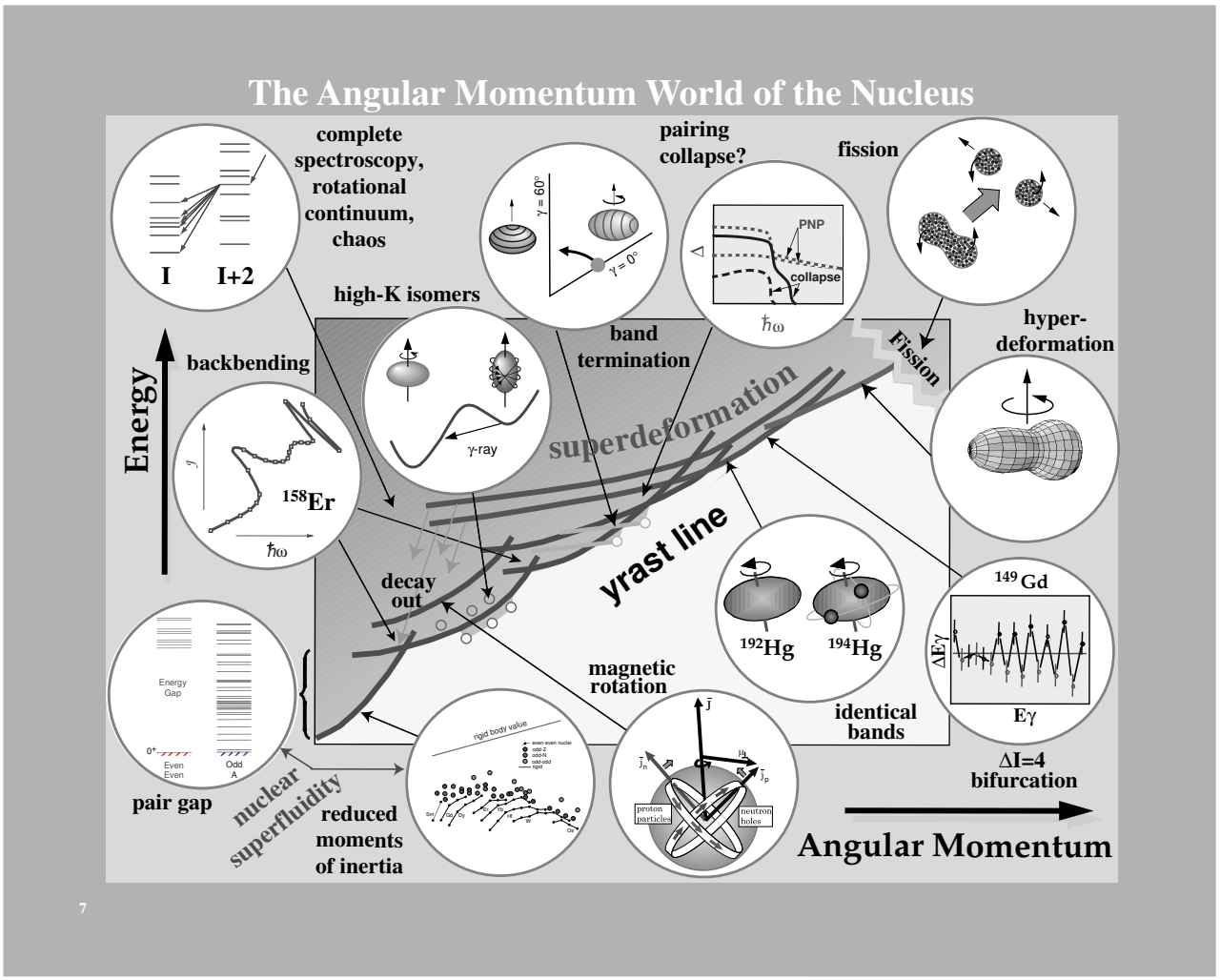

図 24: 高速回転極限状態での研究課題。アメリカの Gammasphere 観測装置のホームページから取ってきた。原図はカラーでより見易いものである (http://www-gam.lbl.gov 参照)。

- 高速回転核での対相関。
  §4.4 で述べたように高速回転の効果は対相関を弱め、高スピン極限では超伝導状態が完全に壊れると予想される (対相転移、Mottelson-Valatin 効果)。ただし、原子核では対相関は比較的集団性が弱く (関与する核子の数が少ない)、たった一つの核子対の回転整列よっても大きく影響を受け、その相転移の描像はマクロな物性系でのそれと大きく異なっている。すなわち、イラスト線に沿って 2 準粒子整列が起きる度毎に、その効果によって段階的に対ギャップ (Δ) が減少し、遂には零となる。平均場近似の計算によると中重核領域では (同種粒子の)4 準粒子励起以上ではほぼ確実に $\Delta = 0$ であ

り、2 準粒子状態や 3 準粒子状態でも場合によっては $\Delta = 0$ となる。従って、少なくとも中性子については、現在実現している高スピン極限状態では正常相が実現していると考えられる。しかしながら、原子核の有限性を反映して、$\Delta = 0$ となったことが必ずしも対相関の消滅を意味しない。対変形の平衡値 $\Delta = 0$ の周りの対振動 (pairing vibration) の効果が無視できず、スペクトルなどに影響するからである。すなわち、平均場近似で期待される急激な相転移は目に見える形には現れない。このような対揺動 (pairing fluctuation) の効果は平均場近似を越えた、より高次の相関を取り入れることによって取り扱うことができるが、そのような計算によると動的対ギャップ (dynamical pairing gap, これに対して平均場近似での対ギャップを静的対ギャップ、static pairing gap と呼ぶ) という形で高スピン極限でも生き残る [17, 30]。

- 高速回転核での集団的振動運動。
  §4 で見たように高スピン状態でも平均ポテンシャルの概念は有効である。それでは平均ポテンシャルの平衡変形の周りの振動運動は、やはり高スピン状態でも存在するのであろうか。巨大共鳴状態については高スピン・高励起状態においても存在していることが多くの場合に確立している [39]。しかしながら、よりフェルミ面近傍の殻構造に敏感な低励集団起振動運動 (β–, γ–振動) の場合はどうであろうか。集団振動状態は微視的に見れば、多くの粒子–空孔 (または 2 準粒子) 状態の重ね合わせであるから、高速回転によって起こる核子の回転整列の影響を強く受けるであろう。このように高スピン状態でも基底状態近傍と同様の性質を持つ振動状態が生き残るかどうかは興味深い課題である (いくつかの計算例があるが、例えば [31] 参照)。残念ながら、このような振動してかつ高速回転しているような状態はそれほど多く同定されていない。しかし、最近クーロン励起実験によってこれら振動運動の高スピン極限がかなり詳細に調べられることがわかってきている [32]。

- 電磁遷移と非軸対称変形の自由度。
  §3.4 の最後に触れたように、非軸対称変形を実験的に同定するのは難しい。それでも、§4.5 で述べたような理論的計算と観測されたスペクトルとの比較によって、高スピン状態で非軸対称変形が実現していると思われるいくつかの例が指摘されている (特に、大きく安定な非軸対称変形として例えば、[33] を参照)。一般に電磁遷移は原子核の形の自由度に敏感なことが知られている (例えば、クーロン励起の場合 [18] を参照)。従って、高スピン状態での電磁遷移確率の詳細な観測により、より詳しい情報が得られると期待される [17]。実際、特に奇核の場合にシグネチャー分岐した 2 つの $\Delta I = 2$ 回転バンド (signature partner band) の間の M1, E2 遷移確率が測定され、何らかの非軸対称変形の自由度が重要な役割を果たしていることがわかる (すなわち、軸対称性を仮定すると実験データが説明できない [34])。ここで、必ずしも静的な非軸対称平衡変形が実現しているとは限らず、非軸対称性を壊す振動運動 (基底状態近傍での γ–振動) も静的変形と同様な効果を持つ場合があることに注意しよう。

- 異相共存・相転移 (変形共存・変形相転移) 現象。
  球形・変形状態の共存、ミカン型・レモン型変形の共存など (低い 0^+ 励起状態の存在)、基底状態近傍でも変形共存現象 (shape coexistence) はよく知られている。しかしながら、§4.5 で見たように高スピン状態では核子の回転整列による偏極効果によって、非常に多様な変形共存現象が現れ (変形軸の他に回転軸がありそれらの組合せによって、例えば同じレモン型変形でも異なる状態になること (図 8 参照) を思い出そう)、なおか

つ、それらの異なる変形状態の間で遷移を起こしたり、角運動量の増加とともに相転移を起こしたりということも起こる。そのような例の一つとして、high-K 異性体の崩壊現象を §5.3 で取り上げる。

- 超変形回転バンド。
  1986 年の超変形回転バンド (superdeformed band) の発見は、原子核において基底状態では考えられない巨大な変形 (長軸と短軸の比が 2:1 のレモン型楕円体変形) を持つ状態が、高スピン状態では安定なイラスト状態として現れることを明らかにした。これについては、§5.1 で取り上げ、もう少し詳しく説明する。

- 3 次元的回転運動。
  §4 では変形の主軸の回りの一様な回転運動を仮定した。これはイラスト状態を想定したものであるが、例えば剛体の回転運動を思い出してみると、励起状態では回転軸が主軸からずれて動的に運動する、歳差運動 (precession) や章動 (nutation) が現れる。原子核の場合はこれらの運動は量子化されており、一種の振動運動 (回転軸が主軸の回りを振動する) とみなすことができ、特に非軸対称平衡変形の時に特徴的に現れるものは原子核での首振り運動 (nuclear wobbling motion) と呼ばれる ([4], vol. II, Chap. 4, p. 190ff. 参照、ただし、歳差運動は軸対称平衡変形の場合も現れ、図 10 の high-K 異性体状態の上に立つ回転バンドはそのような運動であると解釈できる [35])。振動運動を核子励起の重ね合わせとして取り扱う微視的理論では、これらの回転軸の振動と通常の表面振動は強く結合し区別できない (例えば、[36, 37, 38] 参照)。この意味では上で挙げた高スピン状態での集団振動運動の研究が重要である。他方、原子核はいうまでもなく剛体とはかなり違った性質を持っており (むしろ量子フェルミ液体である)、構成粒子の独立粒子運動が重要である。従って、剛体の場合と違って、主軸から傾いた回転軸のまわりに一様な回転を起こすことが考えられる。そのような場合は主軸まわりのクランキングを傾いた回転軸のまわりのクランキングに拡張すれば、平均場近似での取り扱いが可能である。これを斜向クランキング (tilted axis cranking, TAC)、または、斜向回転 (tilted axis rotation, TAR) といい、§5.2 で取り上げる。

- オフ・イラスト領域での振動・回転運動。
  §3.1 で概観したように、中重核領域ではイラスト線から核分裂を起こす励起エネルギーまでかなりのエネルギー領域が広がっている。このような高励起状態では準位密度は高く原子核は複合核状態になっており、これらの状態群を励起エネルギーに応じた有限の温度を持つ状態として、統計的に取り扱うことができる。実験的にも、この領域では一つ一つの γ–線は分離できず、複数の γ–線の同時計測を用いた連続スペクトルの巧妙な取り扱いが必要不可欠である。この方面でも最近の理論・実験両面での研究の進展によって、高励起・高スピン状態での巨大共鳴状態の性質の変化 [39] や、イラストより少し上の「温かい」温度領域における集団的回転運動の減衰現象 [19, 40] などに対し、その微視的機構を含めて明らかになりつつある。また、高励起・高スピン状態での複合核を扱うことから原子核における量子カオス [41] の問題とも関係し、この領域の研究も興味深い数多くの話題を提供している。

5.1 Superdeformed bands

イギリスの Daresbury 研究所 (現在はシャットダウンして閉所) で初めて超変形回転バンドが発見された当時は、その発見は非常に驚くべきことであり、§3.2 で説明した γ–線観測装置である高分解能クリスタルボールの偉大さを物語るものであった [42]。図 25 左にその γ–線スペクトルを示す。図 6 右側の通常変形核のイラスト・スペクトルと比べて、長い角運動量の範囲にわたって極めて規則正しいものであることがよくわかる。実際、スペクトルの間隔から慣性能率、$\mathcal{J}^{(2)} \equiv dI/d\omega_{\rm rot} \approx 4/\Delta E_\gamma$ (これを動的慣性能率 (dynamic (2nd) moment of inertia) という。これに対して (3.2) 式の $I/\omega_{\rm rot} \equiv \mathcal{J}^{(1)}$ は運動学的慣性能率 (kinematic (1st) moment of intertia) と呼ばれる) はほぼ一定値を示し、それは長軸と短軸の比が 2:1 のレモン型平衡変形した場合の剛体値に一致する。

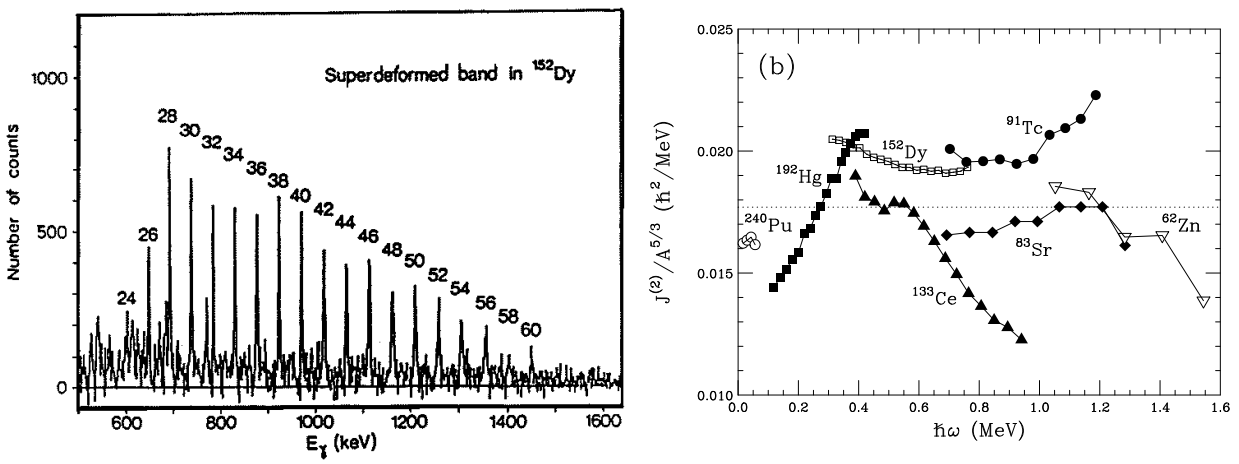

図 25: 左側:^{152}Dy の超変形回転バンドの γ–線スペクトル。右側:いろいろな領域での超変形回転バンドの慣性能率 ($A^{5/3}$ でスケール) を角速度の関数として示したもの (点線は 2:1 変形での剛体値)。

このような超変形回転バンド内の E2 遷移による γ–線は、反応の全 γ–線の高々数% しかなく、このようにきれいにスペクトルを引き出すためには多重同時計測が不可欠である (γ–線の列が長いので同時計測により増強される)。また、全立体角を囲むクリスタルボール検出器によれば、大きな反跳を持って出てくる生成融合核のドップラーシフトを利用して回転バンドの寿命の測定が可能になる (寿命が長いと γ–線を出す前に止まってしまうのでシフトが小さくなることを用いる、Doppler shift attenuation method, DSAM)。これから回転子模型を通して四重極モーメントの大きさを引き出すことができ、それはやはり 2:1 のレモン型巨大平衡変形を示唆する。実は、^{152}Dy でのこの超変形回転状態は、発見の 10 年以上前に §4.5 で説明したような計算によって予言されていた。その後、このような理論的予言に基づいていろいろな領域で探索された結果、今では多くの領域で系統的に見つかって来ている。また、一つの超変形核においても 6–8 以上もの複数の超変形回転バンドが見つかっている例もある。ここで、領域・代表的核・最初の発見年を列挙すると、•$A \approx 40$, ^{36}Ar, 2000 [43]、•$A \approx 60$, ^{62}Zn, 1997、•$A \approx 80$, ^{82}Sr, 1994、•$A \approx 130$, ^{132}Ce, 1985、•$A \approx 150$, ^{152}Dy, 1986、•$A \approx 190$, ^{192}Hg, 1989、•$A \approx 240$, ^{240}Pu, 1962–68、のようになる (ただし、最後の領域は核分裂過程で自発核分裂に比べて短い寿命をもつ核分裂異性体として発見されたものである [4])。図 25 右側にこれらの観測された慣性能率を角速度の関数として比べる。

さて、($A \approx 240$ 領域の核分裂異性体を除いて) 基底状態近傍では現れない巨大変形状態が、何故高スピン・イラスト状態として出現するのであろうか。そのポイントは液滴模型の巨視

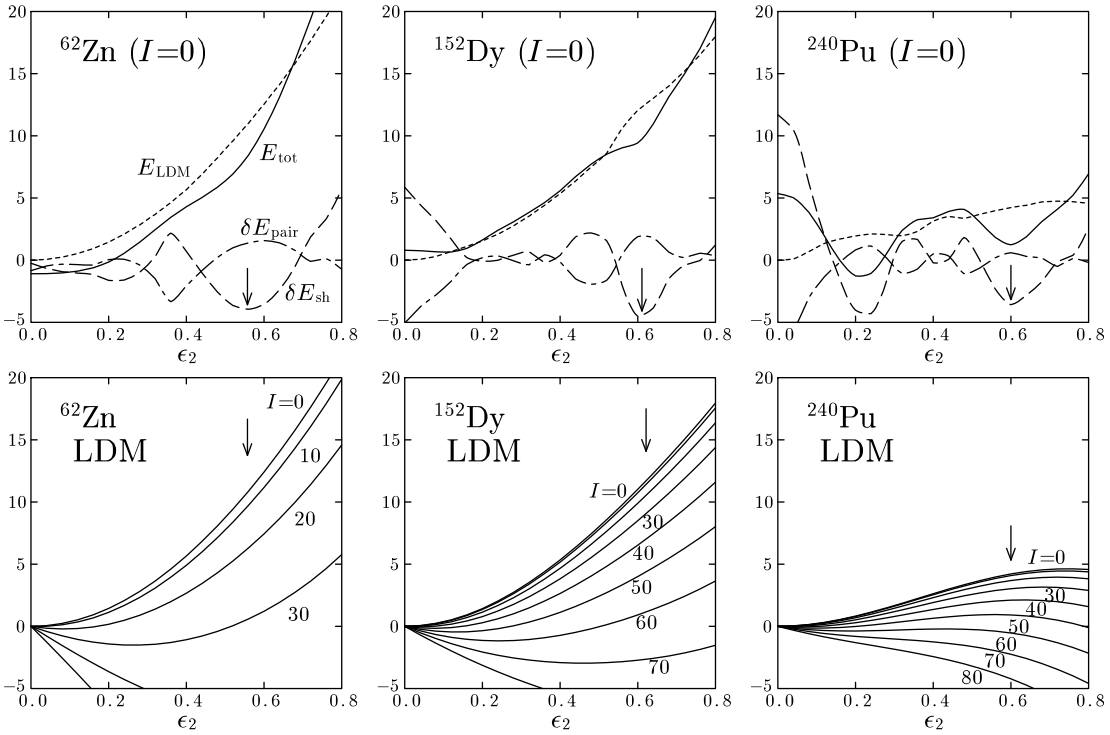

図 26: 回転による超変形状態の安定化機構。上段:幾つかの超変形核に対する Nilsson-Strutinsky 計算 (図 3 と同様)。下段:液滴模型の回転エネルギー ($I = 0, 10, 20, ...$)。矢印で超変形極小の位置を示す。

的エネルギーと殻構造効果であり、図 26 にその安定化の機構を示す。まず第一に、§2.3–§2.5 で見たように通常の変形状態 ($|\epsilon_2| \lesssim 0.3$) では液滴模型エネルギーの効果は小さく、平衡変形はほとんど殻補正 $\delta E_{\rm sh}$ で決まっていたが、2:1 変形状態 ($\epsilon_2 \approx 0.6$、式 (2.12) 参照) のような巨大変形ではその効果むしろ支配的になり、場合によっては容易に励起エネルギーは 10 MeV を越えてしまう。液滴模型エネルギーの変形に依存する部分は表面項・クーロン項・回転項から成り、次のような形をしている:

$$\begin{aligned} E_{\rm LDM} &= E_{\rm surf} + E_{\rm Coul} + E_{\rm rot}, \\ \text{with} &\left\{ \begin{array}{ll} E_{\rm surf} & = v_{\rm s}\left(1 - c_{\rm s}^1 (N-Z)^2/A^2\right) A^{2/3} \times B_{\rm surf}, \\ E_{\rm Coul} & = v_{\rm c}\, Z^2 A^{-1/3} \times B_{\rm Coul}, \\ E_{\rm rot} & = v_{\rm r}\, I(I+1) A^{-5/3} \times B_{\rm rot}. \end{array} \right. \end{aligned} \tag{5.1}$$

ここで、$v_{\rm s}, c_{\rm s}^1$ 等は定数であり、$B_{\rm surf}$ (球形の時に 1 となる) 等が変形の幾何学的形状にのみ依存する因子である [8]。幾何学的に明らかなように ($B_{\rm rot} \propto \mathcal{J}_{\rm rig}^{-1}$ に注意)、$B_{\rm surf}$ は変形すると大きくなるが、$B_{\rm Coul}, B_{\rm rot}$ は小さくなる。従って、できるだけ変形を有利にするには、(i) $E_{\rm Coul}$ を利用して Z を (従って A も) 大きくする、(ii) $E_{\rm rot}$ を利用して I を大きく (しかし A はあまり大きくなく) する、の 2 通りの方向が考えられる。(i) の方が重い核の核分裂異性体を、(ii) の方が中重核での高スピン・超変形回転状態を安定化する機構である (図 26 参照)。

もう一つの重要な効果は殻構造であり、これがなければ超変形平衡変形 (エネルギーの極小) は実現しえない。それは §2.3 で述べたようにフェルミ面近傍の一粒子軌道の準位密度で決まっているが、特に閉殻でエネルギーの利得が大きくなるのは多くの軌道が (近似的に) 縮退を起こし、殻ギャップ (shell gap) が発生するからである。このことは球形の場合のみに起

こることではない [4]。容易にわかるように調和振動子ポテンシャル (2.10) の場合、振動数の比 $\omega_x : \omega_y : \omega_z$ が単純な整数の場合に、球形の場合 ($\omega_x : \omega_y : \omega_z = 1 : 1 : 1$) と同様に (縮退度は下がるが) 軌道の縮退が起きる。特にレモン型超変形の場合 ($\omega_x : \omega_y : \omega_z = 2 : 2 : 1$) 一粒子エネルギーは、

$$e_{\rm HO} = \hbar\omega_{\rm sh}(N_{\rm sh} + 5/2), \quad \text{with} \quad \omega_{\rm sh} = \omega_z, \;\; N_{\rm sh} = 2n_x + 2n_y + n_z, \tag{5.2}$$

のように球形の場合 $e_{\rm HO} = \hbar\omega_0(N_{\rm osc} + 3/2)$ ($N_{\rm osc} = n_x + n_y + n_z$) と対応した形になり、殻ギャップ $\approx \hbar\omega_{\rm sh}$ が出る。これによって、この「変形閉殻」に対応した核子数のところで特に $\delta E_{\rm sh}$ を稼ぐのである。現実的なポテンシャルでは特に $\boldsymbol{ls}$–力により調和振動子の時の閉殻の核子数は変化するが、殻が閉じるという定性的な傾向は残る (例えば、図 2 の Nilsson ポテンシャルの場合陽子数 $Z = 64, 66$ での超変形殻ギャップが見えている)。さらに、高スピン超変形状態にとって重要なことは、多くの場合このような殻ギャップが回転運動によって損なわれないことである。巨大変形によって変形分岐 (deformation splitting) が大きくなり、クランキングによって非常に影響される high-j 軌道がフェルミ面に集中することが起きにくくなるからである。また、図 26 では対相関の寄与 $\delta E_{\rm pair}$ も無視できないが、高速回転状態では対相関は押えられるので、より $\delta E_{\rm sh}$ の効果が支配的になることも強調しておくべきである。このようにして、高スピン状態では巨大変形状態が非常に有利になる。特に、$E_{\rm LDM}$ の効果はどのような原子核にも当てはまるので、基本的に高速回転の極限では多くの核で大きな変形状態が期待される。

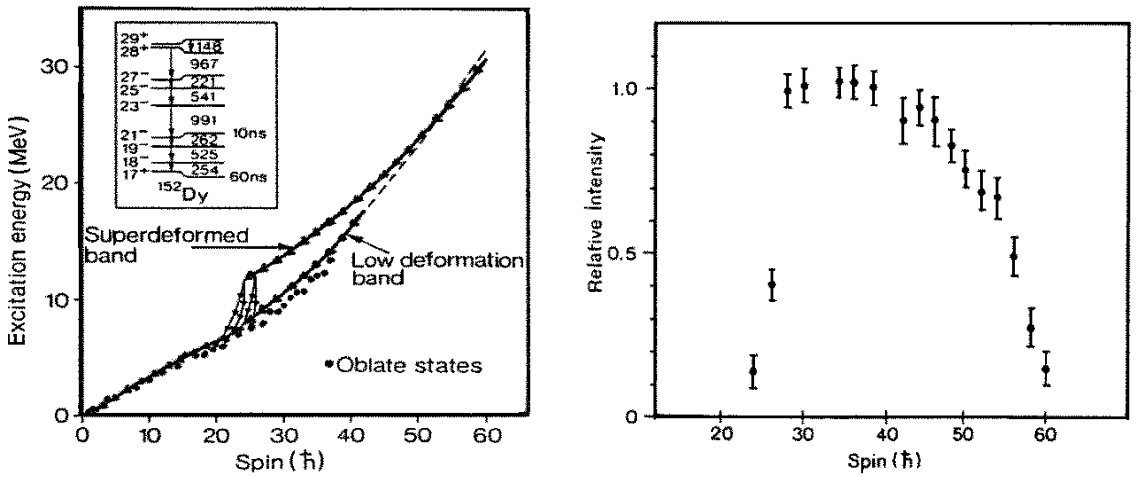

図 27: 左側:^{152}Dy の超変形状態の (E, I) 図上での位置。右側:同じく、超変形回転バンド内の γ–遷移強度の相対値。

ここで、^{152}Dy を例にとって超変形回転バンドの生成から消滅までを概観してみよう (図 27 参照)。上に見たように、超変形状態は角運動量が小さい時はエネルギー的に不利であるが、慣性能率が大きい分 (E, I)–図上で傾きが小さくなり、高スピンの極限では通常変形状態よりエネルギーが低くイラスト状態になる。その時の角運動量は ^{152}Dy の場合、$I \approx 56\hbar$ 程度と見積もられている。従ってその生成には、これより大きな角運動量を生成融合核に持ち込む必要がある。ここで超変形状態を生成する興味深い機構として挙げられるのは、双極巨大共鳴 (GDR) 状態である。§3.1 で述べたように、複合核が作られてイラスト付近まで脱励起する過程 (縦方向の遷移) では統計的 E1 遷移が主であるが、その強度のエネルギー分布は GDR によって決まっている。共鳴振動状態のエネルギーは、変形核では長軸方向と短軸方

向の振動が変形度に比例して分岐を起こすが、巨大な変形のためその低エネルギー成分は通常変形の場合と比べてずっと低いエネルギー位置に降りてくるため、超変形イラスト状態に至る E1 γ–線の強度は増強されることが期待される。一旦このようにして超変形状態が作られるとそれは周りの通常変形状態との間の遷移を起こすことなく、巨大な四重極モーメントに対応した大きな E2–遷移確率 (^{152}Dy の場合、ワイスコップ単位の約 3,000 倍近い大きさである) で、回転バンド内を脱励起して角運動量を減らしてゆく。変形度の差が大きく通常変形状態とはあまりに異なる内部構造を持つために、超変形状態と通常変形状態が混合することはほとんどないからである。このようにして、通常変形回転バンドに比べて規則正しく長い一連の回転バンドとして観測される (図 25 左側)。しかしながら、角運動量があまりに低くなると、そこではもちろん通常変形回転バンドがイラスト状態を構成し、超変形状態は励起状態になる。そして、その励起エネルギーは角運動量が低くなればなるほど高くなる。^{152}Dy の場合、超変形回転バンドは $I \approx 26\hbar$ 付近で急激に崩壊し見えなくなり、その時の励起エネルギーはおよそ 4 MeV 程度と見積もられている (図 27 参照)。従って、そこでは通常変形状態の準位密度は大変高く複合核状態になっていると考えられ、超変形状態はカオスの海の中に埋め込まれた規則的状態 (カオスの用語でいう KAM トーラスのような) になっている。このような状況で超変形状態の通常変形状態への崩壊 (遷移) がどのような機構で起きるかは大変興味深い。ここで注意しておくべきことは、この崩壊に伴って放出される γ–線は (準位密度が高いことから来る) 連続スペクトルの海に紛れて、ごく小数の場合を除いて同定されていないことである。すなわち、ほとんどの超変形回転バンドの (E, I)–図における正確な位置は実はわかっていない。図 25 左側の角運動量の値は推定値であり、また、慣性能率として $\mathcal{J}^{(2)}$ を示すのも、$\mathcal{J}^{(1)}$ の方は角運動量値が決まらないと計算不可能だからである。

ここ 10 年余りの研究によって、超変形状態はもはや珍しい特殊な状態ではなくなってきた。実際、本節の始めに述べたように核図表のいろいろな領域で見つかっている。超変形回転バンドは長い一連の状態として観測されるので、回転運動の性質を調べるには最適である。実際、図 25 右に見られるように、それぞれの領域でその慣性能率の振舞いは相当異なっており、変形度や対相関の果たす役割もかなりまちまちであることがわかってきている。しかしながら、超変形状態に関わる物理で共通して言えることは、それが、球形を含む通常変形状態が球形閉殻に基づいているのに対比して、大きな変形で新しく現れる変形閉殻の殻構造に基づいていることである。このことによる大きな違いを示す一つの例が、超変形状態における八重極相関の重要性である。基底状態近傍でも、high-j 特異パリティー軌道の効果により閉殻近傍の核で八重極相関が強くなり、集団的八重極振動状態が低エネルギーに現れることが知られているが、超変形状態の場合はそれがより誇張された形で現れる。それは、式 (5.2) からわかるように球形の主殻とは違って、一つの主殻が正負両方のパリティーの軌道から構成されるからである ($N_{\rm osc}$ の偶奇がパリティーを決めるが、$N_{\rm sh} = 2N_{\rm osc} - n_z$ なので、同じ $N_{\rm sh}$ を持つ軌道でも n_z の偶奇が違えば異なるパリティーを持つ)。実際、超変形回転バンドでは集団性の高い八重極振動が予想され、複数の超変形回転バンドが見つかっている場合の励起状態のいくつかは、この八重極振動状態に基づく回転バンドとして矛盾なく実験データを説明できる [44]。

上で触れた以外にも超変形状態に関わる研究課題は多岐に渡っている。ここではこれ以上それらを説明することはできないが、例えばレビューとして文献 [47, 48] がある。より最新の状況については参考文献の最後に挙げた国際会議の報告 ([61]–[70]) が参考になるだろう。また、超変形回転バンドのデータについては [49, 50] を参照。最後に上で触れたことも含めてキーワードだけを列挙しておこう:

- 各領域での殻構造の違い — high-j 軌道による分類。
- 生成機構 — 双極巨大共鳴の影響。
- 崩壊機構 — 複合核状態 (量子カオス) の効果、変形共存におけるトンネル現象。
- 角運動量の同定・超変形殻の軌道 — effective alignment、Harris 公式によるフィット。
- 対相関の影響 — $\mathcal{J}^{(2)}$ の大きさ・振舞。
- 集団的振動励起の存在 — 八重極振動、β-, γ-振動。存在？
- バンド交差 — 慣性能率の異常、後方歪曲。
- シグネチャー・パートナー — バンド間の M1 遷移と g-因子。
- ΔI=4 分岐現象 — ($\Delta I = 2$ の) 回転バンドが二つの $\Delta I = 4$ 状態の組に分岐している場合がある。十六重極相関の影響？
- 双生児バンド (identical band, twin band) — 核子数が少数個異なる超変形核同士の回転バンドの遷移エネルギーが 1 keV 以内で、しかも広い角運動量の範囲内で一致 (1 keV = E_γ の 1/1,000!)。incremental alignment の量子化。その機構は？(レビューとして [45] 参照)。
- 極超変形 (hyperdeformed) 回転バンド — より大きな変形 (3:1, 4:1,...)。存在するのか？(文献 [46] の実験データはキャンセルされた)。

5.2 Tilted axis cranking (TAC)

これまでの §3–§4 では、イラスト状態ということで変形主軸の回りの一様な回転運動 (principal axis cranking, PAC) を取り扱ったが、いうまでもまく原子核は 3 次元的広がりをもっており、一般には変形主軸から外れた回転軸を持つような回転運動が起こり得る。この時、剛体の古典運動と同様に物体固定系での角運動量ベクトル $\boldsymbol{j} = \langle\phi|\boldsymbol{J}|\phi\rangle$ は時間の関数となり (wobbling motion)、一様回転の場合に定常状態の問題に帰着したのとは異なり、時間に依存した平均場理論 (time-dependent HFB 理論) を使わなければならない [51]。そして一般の回転の場合、物体固定系を定義する主軸をも自己無撞着に決めなければならないので、平均場を決める方程式は次のようになる:

$$\delta\langle\phi|(H - \boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{J} - \boldsymbol{\lambda}\cdot\boldsymbol{B})|\phi\rangle = 0, \quad \text{with} \quad \langle\phi|\boldsymbol{J}|\phi\rangle = \boldsymbol{j},\ \langle\phi|\boldsymbol{B}|\phi\rangle = 0. \tag{5.3}$$

ここで、$\langle\phi|\boldsymbol{B}|\phi\rangle = 0$ が主軸を決める「姿勢制御」の拘束条件であり [51]、剛体の場合に四重極テンソル $Q_{ij} = \sum x_i x_j$ の非対称成分 $(i \neq j)$ が零になるように主軸を選ぶことに対応する。また、$\boldsymbol{\mu}$ は角運動量ベクトルの拘束条件に対するラグランジュ未定乗数であるが、一般には角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ に一致しない。しかしながら、ここで文献 [51] の一般論をよく検討してみると、条件 $\boldsymbol{j} \parallel \boldsymbol{\mu}$ を満たす時運動は定常的になり、傾いた軸 $\boldsymbol{j}$ の回りの一様回転 (TAR) が実現することがわかる [52]:

$$\boldsymbol{j} \parallel \boldsymbol{\mu} \iff \frac{d\boldsymbol{j}}{dt} = 0, \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\omega}, \quad \boldsymbol{\lambda} = 0. \tag{5.4}$$

従って、(ほんとは $\boldsymbol{j} \parallel \boldsymbol{\omega}$ の時のみ真の角速度ベクトルの意味になるが) $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\omega}$ とおくことによって、式 (4.1) を 3 次元的に拡張した斜向クランキング (TAC) のハミルトニアン、

$$H'_{\rm TAC} = H - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{J}, \quad \text{or} \quad h'_{\rm TAC} = h_{\rm def} - \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{J}, \tag{5.5}$$

を考えることができる。すなわち、回転の角速度 $\omega_{\rm rot} = |\boldsymbol{\omega}|$ または角運動量の大きさ $I = |\boldsymbol{j}|$ のみではなく、それらの傾き角 (tilting angle) $\Omega_\omega \equiv (\theta_\omega, \varphi_\omega)$, $\Omega_I \equiv (\theta_I, \varphi_I)$ が新しい自由度として現れる。そして、その方向は自己無撞着条件 $\Omega_\omega = \Omega_I$ $(\boldsymbol{\omega} \parallel \boldsymbol{j})$ で決まり、それは回転系でのエネルギーの傾き角に対する最小条件に他ならないのである [52]。

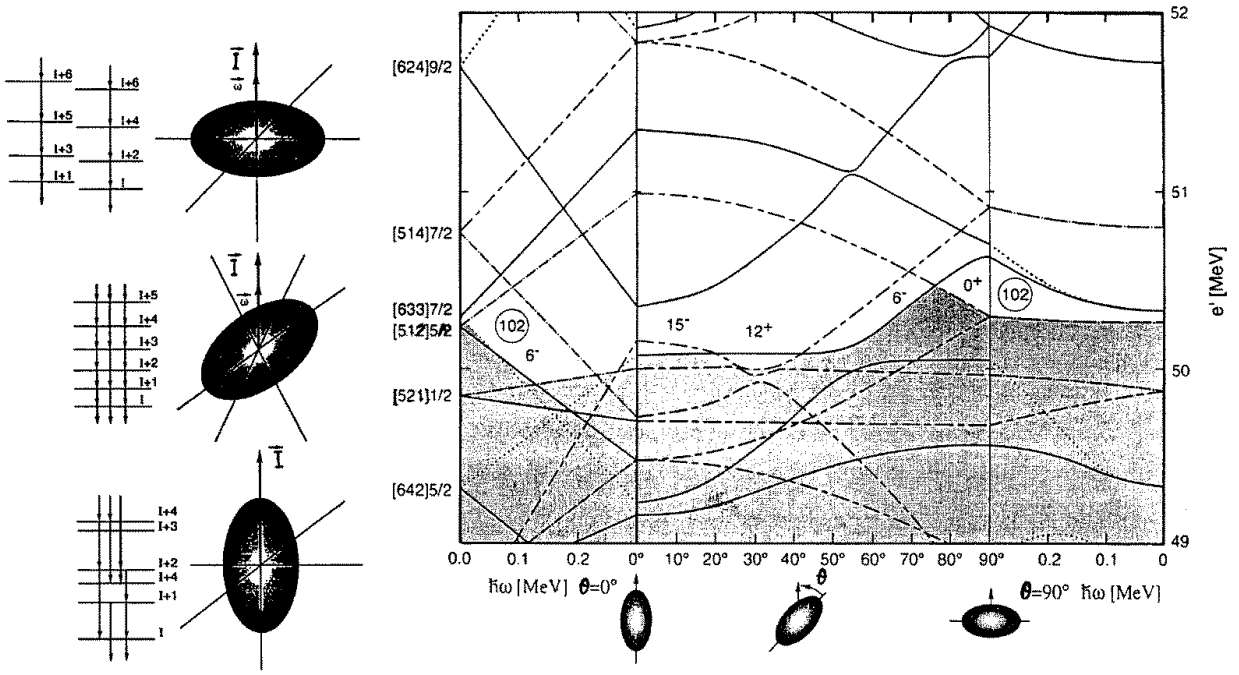

図 28: 左側: 傾斜クランキングの概念図、回転スキームと対応するスペクトルを示す。右側: 対称軸の回りに角速度 $(\omega_{\rm rot})$ を増加させ、次にこれを止めて傾斜角 (θ) を変化させ、今度は対称軸に垂直な軸の回りに角速度を減少させる、という傾斜回転を行なった時の一粒子エネルギーの変化を示す。

このようにして、変形度 (Nilsson diagram, 図 2) や角速度 (routhian diagram, 図 13、図 14) の場合と同様に、今度は回転の軸の傾き角を変化させた時の独立粒子運動の概念が導入できる。軸対称なレモン型変形をもつ場合に、傾き角 $(\theta \equiv \theta_\omega)$ の関数として求めた一粒子 routhian の例を図 28 右に載せる。このような図により、どの軌道がどのような回転軸の傾きを好むかがわかり、傾きの自由度に対する核子の偏極の効果を推定することができる。さて、傾いた軸の回りの回転状態が実現した場合どのようなスペクトルが期待できるだろうか。§4.1 で述べたように主軸回りの回転の場合、シグネチャーが良い量子数となり、回転バンドは式 (4.5) のように分離した $\Delta I = 2$ の 2 つのバンドに分類されるが、斜向軸回りの回転の場合はシグネチャー対称性は破れるので、異なるシグネチャーをもつバンドが縮退を起こすことになる。これは、ちょうど (L =odd の) 八重極平衡変形が起きた場合パリティーが自発的に破れ、相異なるパリティー状態の縮退 (parity doublet) が起こることに対応している。すなわち、2 つの $\Delta I = 2$ バンドが合体してシグネチャー分離のない 1 つの $\Delta I = 1$ バンドが出現するはずである。この事情を図 28 左側に示す。そのような回転バンドの古くから知られた例は、角運動量の対称軸成分 K の大きな準粒子軌道を最後の核子が占める、奇核の強結合回転バン

ドであろう。実際、そのような回転状態は対称軸方向に $\boldsymbol{K}$ 回転軸方向に $\boldsymbol{R}$ を持ち、傾いた全角運動量 $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{K}$ を持って回転している。

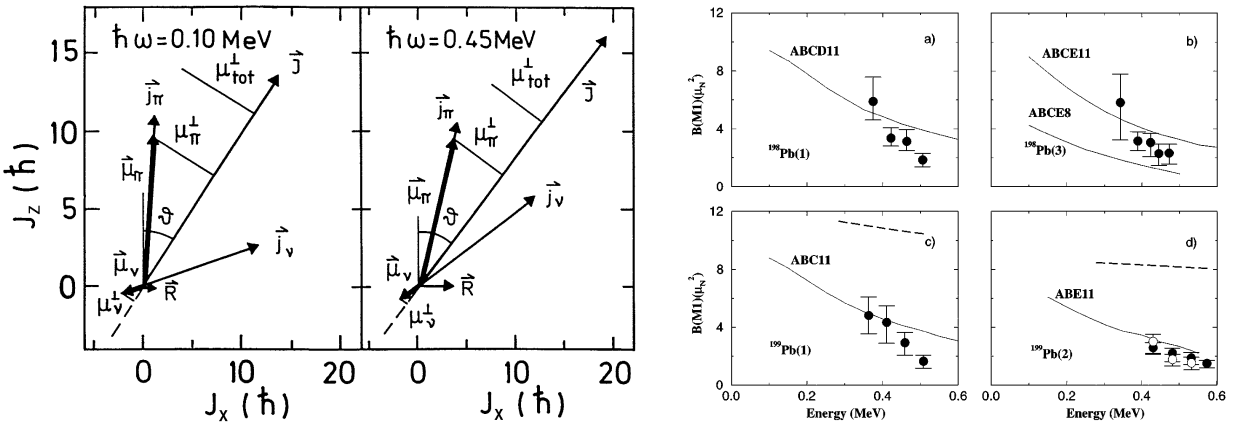

図 29: 左側:^{199}Pb の刈バサミ回転バンドの陽子・中性子角運動量ベクトルの様子 (z–軸の回りに弱くミカン型変形をしている)。右側:刈バサミ回転バンドの M1 遷移確率の実験値と TAC 計算との比較。

現実の場合を調べてみると、馴染み深いよく変形した偶々原子核のイラスト状態では、TAC 状態が PAC 状態よりエネルギーが低く出ることはまれであり、TAC 状態が出現するのは、適当な軌道がフェルミ面近傍にある奇核や奇々核、または、変形度が比較的小さく変形の束縛を離れて回転整列を起こし易い原子核の場合である。特に高スピン状態で著しい形で TAC 状態が現れ興味深いのが、^{198}Pb 近傍核における「刈バサミ」(shears) 回転バンドとして知られているものである [54, 52]。これらの原子核では弱くミカン型に変形していると考えられ、その対称軸を z–軸とすると、陽子の high-j 軌道 ($i_{13/2}$) は粒子的であり、§4 で説明したように z–軸方向にその角運動量を整列させる傾向がある。これに対し中性子の high-j 軌道は空孔的なので逆に対称軸に垂直な x–軸方向に整列し易く、陽子と中性子の角運動量ベクトルは互いに異なる方向を向くことになる。ここで変形度は小さいので集団的回転の効果は小さく、角運動量を増加させるには陽子と中性子の角運動量ベクトルの間の角度を閉じるしかなく、その様子が刈バサミの刃を閉じるように振舞うことが、この回転バンドの名前の由来である。この状況を図 29 左に示す。この回転バンドに特徴的なこととしてはバンド内の M1 遷移確率が大きく、その大きさは角運動量の増加とともに減少することである。この特徴は、陽子と中性子の g–因子の符合が逆で、かつ、M1 遷移を起こす演算子が磁気モーメントの全角運動量ベクトルに垂直な成分であることを考えると図から容易に理解できる。最近では M1 遷移の絶対値も精度よく測られるようになり [55]、図 29 右に示すようにその結果は TAC の理論計算によく一致している。現在では Pb 近傍以外にもこのような回転バンドが見つかっている。

§2.1 で強調したように、規則正しい集団運動は回転対称性の破れを回復するモードとして現れる。§3 で論じた回転状態は変形によって原子核の密度分布 (または、平均ポテンシャル) の等方性が破れた場合であるが、刈バサミ回転バンドのような場合は構成核子の角運動量ベクトルが互いに異なる方向を向くことによって等方性が破れる。TAC の提唱者である Frauendorf は物性物理での磁石に関する等方性の破れとの類似性から、後者を「磁気的回転」(magnetic rotation)、これに対し通常の回転を「電気的回転」(electric rotation) と呼び (この区別は主要な γ–遷移のタイプ、磁気的回転の時の M1 遷移、電気的回転の時の E2 遷移とも対応している)、集団的回転運動の型として区別すべきであると主張している [53]。

TAC 状態に関連して興味深いことをもうひとつ挙げると、「カイラル二重項」(chiral doublet) 回転バンドの予想がある [56]。§3–§4 で述べたように、高スピン状態でも (近似的に) 軸対称性を保つことが多く、その場合は傾き角は θ 1 つで十分である。自己無撞着に決まった $\theta \neq 0, 90^\circ$ の時、シグネチャーの反転は $\theta \to 180^\circ - \theta$ (または、$\theta \to -\theta$) の変換に対応し、θ 方向のエネルギー面に対し 90° (または、0) 付近のポテンシャル障壁を越えるトンネル運動がシグネチャー分離を生むと考えられる (これはパリティー二重項のエネルギー分離の場合と同様である)。これに対し、非軸対称平衡変形が実現すると傾きの角度はフルに 2 つ (θ, φ) 必要になり、両方の角度が $\neq 0, 90^\circ$ の場合には、シグネチャーが破れた時に起きた縮退がさらに増えて、2 つの $\Delta I = 1$ バンド (すなわち、4 つの $\Delta I = 2$ のバンド) が縮退を起こすと予想される。また、この時は 2 次元的に広がったポテンシャル障壁のトンネル現象により、それらのバンドの分離が起きるであろう。最近では、これに対応するかも知れない回転バンドの (近似的な) 縮退現象が見つかっており、もし、この解釈が正しいとするとそれは非軸対称平衡変形の証拠にもなるわけで大変興味が持たれている。ただし、このような描像は角度の方向に対する零点振動の効果が小さい時に成り立つ。変形度に関するポテンシャル障壁が小さく零点振動の効果が大きい時には明確に平衡変形が決まらないのと同様に、角度方向に対してもこのような動的零点振動の効果を調べる必要がある。そのためには、角度方向の集団座標の動的運動に対する質量パラメータの情報が必要となる。このように角度方向に対する集団運動のようなものが存在するかどうか、ということは原子核での首振り運動との関係からも大変興味深い将来的課題である。

5.3 Decay of K-isomers

基底状態近傍の変形核は多くの場合軸対称レモン型である。この時、軸対称性はどのぐらい良い対称性なのだろうか。回転不変性のような基本的対称性とは違って、軸対称性は原子核のハミルトニアンが近似的に持っている動力学的対称性の一つであると考えられており、厳密には破れている。すなわち、原子核の固有状態は角運動量の対称軸成分の量子数 K に関しては重ね合わせになっており、一般に (主要な)K の異なる状態間で γ–遷移が起こりうる。この電磁遷移確率を測定することによって、どれほど軸対称性が良いかを調べることができる。実際、§3.4 の図 10 のところで述べたように、Hf, Os, W–領域では古くから K–量子数の大きな異性体 $(K \gtrsim 6)$ が知られており、より低い K を持つ状態への崩壊の寿命が測定されている。この時、2^λ–重極遷移に対して、ワイスコップ単位に比べてどれだけ寿命が長いか (遷移確率が小さいか) を表す、抑制因子 (hindrance factor) F_λ の形で実験データが整理されており、経験的に

$$F_\lambda \equiv \tau_\lambda / \tau_\lambda^W = B^W(\lambda)/B(\lambda) \approx (10-100)^n, \quad \text{with} \quad n \equiv |\Delta K| - \lambda \ (\geq 0), \tag{5.6}$$

となることが知られている。ここで ΔK は K–異性体と崩壊する先の状態のもつ K–量子数の差である。すなわち、K の差が 1 増える毎に 10–100 だけ遷移は抑制されるわけで、これは軸対称性 (正確には K–量子数) が相当良いことを示している。このようにして、K–異性体の崩壊の経路はできるだけ $|\Delta K|$ を最小化するように決まり、これを K–選択則と呼ぶ。ところが、§3 で説明した高分解能クリスタルボール γ–線測定装置によって、非常に強度の弱い γ–線が測定にかかるようになると、$|\Delta K|$ の大きな遷移に対して式 (5.6) は系統的に大きく破れていることがわかってきた [57]。特に、著しい例として ^{176}W の 14^+–異性体の場合、その寿命は 35ns しかなく、しかも、その崩壊全体の 10–30% を占める主たる分岐は、

$K \approx 0$ と考えられているイラスト回転バンドや β–回転バンドに遷移している [58]。もし、式 (5.6) を単純に使うと M1 遷移の場合でもその抑制因子は 10^{13} 以上になり、観測値はとても信じられない大きさであり、K–混合が非常に大きいことを示している。

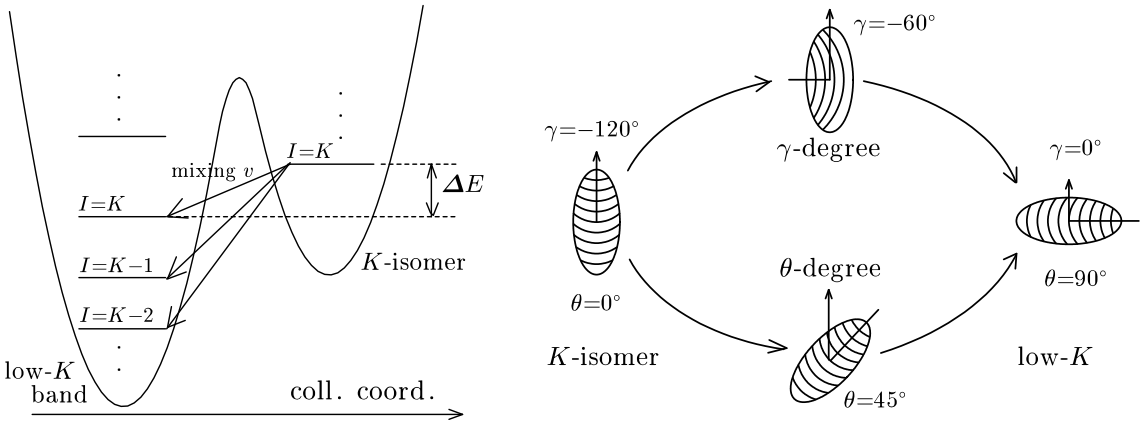

図 30: 左側:high-K 異性体から low-K 回転バンドへのトンネル遷移の概念図。右側:K–量子数を破るトンネル遷移の 2 つの集団座標 (γ–変形と回転軸の傾き) による経路。

では、この実験事実をどのように理解したらいいのだろうか。これに対しては次のような単純な描像を立てることができる [59]。まず、§3.4 で述べたように、この Hf, Os, W 領域の原子核ではイラスト領域に非集団的回転および集団的回転スキームがともに存在する、異相共存状態にあることに注意しよう。すなわち、これら 2 つの相を繋ぐ何らかの集団座標空間を考えると、それぞれの状態はその空間でのエネルギー極小状態に対応し、それらの間にはポテンシャル障壁が存在する。この障壁が無限大の極限では 2 つの状態は混合せず、それらの間に遷移は起こらないが、実際には障壁は有限でありトンネル効果によって混合を起こし、遷移が引き起こされる。このポテンシャル障壁による混合を見積もることができれば、K–選択則の破れを理解できることになろう。この事情を図 30 左側に示す。今の場合、K–異性体も低い K を持つ回転バンドもほぼ同じレモン型変形を持っている。そこで、軸対称性を破るような集団座標の自由度としては、(i) 非軸対称変形 (γ–変形) の自由度、$\Delta K = \pm 2$ の四重極混合、(ii) 回転軸を傾ける (TAC) 自由度、または、$\Delta K = \pm 1$ のコリオリ結合、の 2 つが自然に考えられる (図 30 右側参照)。それぞれの集団座標を設定し、それに関するポテンシャルや質量パラメータが計算できれば、K–混合による電磁遷移確率を理論的に見積もることができる。この考え方は変形共存現象に対して一般的に応用できるものであり、実際、超変形回転バンドの崩壊も、大きな変形をもつ状態から小さな変形をもつ状態への転移として、理論的には全く同様に取り扱うことができる [60]。

もう少し具体的に説明すると、まず、2 つのポテンシャル井戸の状態に対して、それぞれの井戸の中の状態の間の電磁遷移確率はわかっているとして、それを $B(\lambda)_{\rm in}$、求めるべき 2 つの井戸の状態間の遷移確率を $B(\lambda)_{\rm out}$ とすると、それらは

$$B(\lambda)_{\rm out} \approx \alpha^2 \, B(\lambda)_{\rm in}, \quad \alpha \approx \frac{v}{\Delta E}, \tag{5.7}$$

と書ける。ただし、α が混合の振幅であり、それは小さいとして 2 つの井戸の状態間の相互作用 v についての 1 次の摂動で表すことができるとした。さらに、ポテンシャル障壁が大きく v が小さい場合は、それをトンネル現象の WKB 近似のような半古典的方法で、トンネル

現象の透過率 T を通して求めることができる:

$$v^2 = \Big(\frac{\hbar\omega_I}{2\pi}\Big)^2 T, \quad \text{with} \quad T = [1+\exp(2W/\hbar)]^{-1} \approx \exp(-2W/\hbar). \tag{5.8}$$

ここで、ω_I は崩壊を起こす状態の井戸における振動数であり、他方、W は (一般に多重度 (q_i) の) 断熱的集団運動ハミルトニアン

$$H_{\rm coll} = \frac{1}{2}\sum_{ij} m_{ij}(q) q_i q_j + V(q), \tag{5.9}$$

を用いて、2 つの井戸の状態間の間を結ぶ経路に沿って計算した (虚時間の) 最小作用であり、

$$W = \int_{\rm path} \sqrt{2\sum_{ij} m_{ij}(q)\Big(V(q)-E_0\Big)dq_i dq_j}, \quad E_0 \equiv \frac{1}{2}\hbar\omega_I. \tag{5.10}$$

と計算できる。なお、この透過係数 T の計算の部分は自発的核分裂の寿命の計算に用いられる方法と基本的に同じである。

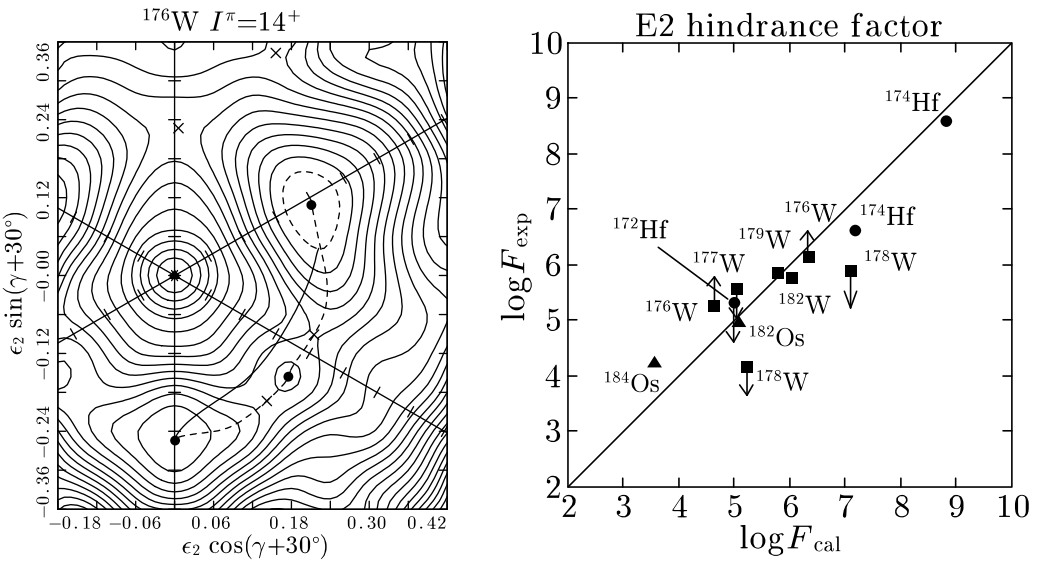

図 31: 左側:(ϵ_2,γ)–平面上での high-K 異性体から low-K 回転バンド状態への最小作用経路の計算例 (点線は断熱経路)。右側:γ–方向のトンネル遷移に基づく E2 遷移抑制因子の系統的計算結果 ($\Delta K \geq 10$ のもののみを集めた)。

high-K 異性体の崩壊の場合、$B(\lambda)_{\rm in}$ は回転バンド内の電磁遷移確率であり、回転模型によってほとんど任意性なく求められるので、あとは集団運動ハミルトニアンに対する半古典作用を計算するだけで、実験で求められた抑制因子と計算結果を比較することができる。集団座標としては、(i) の非軸対称変形を考える時は §3.3 でも用いた (ϵ_2,γ)、(ii) の回転軸の傾きを考える時は §5.2 で説明した (θ_I,φ_I) を用いることになる。文献 [59] では (i) を用いて、多くの high-K 異性体について系統的な計算を行ない、実験データと比較した。その結果を示したのが図 31 である。図 31 左側には (ϵ_2,γ) 平面上での作用 W を最小化する経路を示す。最小作用経路は自発的核分裂の寿命の計算によく使われる断熱経路 (点線) とかなり異なっており、多自由度トンネル現象の場合経路を正しく求めることが重要であることを示し

ている。図 31 右側には、計算で求めた E2 抑制因子 $(F_{\rm cal})$ とその実験値 $(F_{\rm exp})$ を比較している。対角線上に乗った点が厳密な一致を示すが、かなり多くの場合に非軸対称変形の自由度を通したトンネリングの描像で、実験データの抑制因子を説明できることがわかる。この変形自由度に対しては式 (5.9) に出てくる質量テンソル $m_{ij}(q)$ を計算する模型が存在するが、回転軸の傾きの自由度の場合はそのような模型はなく、今のところ同様な計算はできていないが、その研究は大変興味深い課題である。

6 Concluding Remarks

夏の学校では前半部分で高スピン状態の基礎的な事項 (§2∼§4) の内容を、後半にはより進んだ最近の研究の話題として §5 の内容を話した。しかしながら、諸般の事情により §5 については十分な報告ができなかった。また、機会があればもう少し詳しい内容をまとめてみたい。興味のある読者は参考文献をたどってみられることをお勧めする。

また、この分野の最近の展開としては、短寿命核ビームによる不安定核の研究の進展と歩調を合わせて、不安定核を利用した高スピン状態の研究、または、不安定核そのものの高速回転状態の研究が興味深い課題として発展しようとしている。不安定核を入射核または標的核にすることによって、これまで通常の重イオン核融合反応では到達できなかった原子核が生成できるようになると、理論的に予想される巨大変形状態などのエグゾティックな変形状態を研究できる可能性が開ける。また、不安定核の極限状態では安定核では考えられなかったいろいろなことが起きるが、回転運動に関することを 1 つ挙げると、中性子と陽子が異なる変形を持つ可能性が挙げられる。もし中性子と陽子が異なる変形を持ち、中性子分布の方が変形し陽子分布の方は球形だとすると、対称性の破れの結果として量子スペクトルは回転的になるにもかかわらず、電磁遷移については球対称なので回転的な増強された E2 遷移は起こらないと予想される。このように安定核の常識を覆す不思議な現象の研究は大変興味深く、将来の研究の進展が望まれる。

高スピン状態の研究は大きく原子核構造の研究の一部であり、この分野の国際会議が定期的に開かれている。最新の研究テーマはそこで論じられている。最後に、この 10 年ほどの一連の国際会議の報告を挙げて、この講義録を終えることにする [61]–[70]。なお、参考文献は講義録という性質上、オリジナルなものよりもむしろレビュー的性格のものを中心に収録したことをお断りしておく。

参考文献

[1] 市村宗武・坂田文彦・松柳研一、岩波講座現代の物理学 9「原子核の理論」、(岩波書店, 1997).

[2] 岩波講座 現代物理学の基礎 (第 2 版) 9「原子核論」、河合光路・高木修二・丸森寿夫、(岩波書店, 1978).

[3] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-body Problem* (Springer-Verlag, 1980).

[4] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. I (W. A. Benjamin, 1969), and vol. II (1975) (World Scientific による復刻版あり).

[5] 大塚孝治、科学 (岩波書店) vol. 69, No. 11 (1999), 945.

[6] S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, *Shapes and Shells in Nuclear Structure*, (Cambridge University Press, 1995).

[7] E. R. Marshalek, Phys. Rev. **C29** (1984), 640.

[8] R. W. Hasse and W. D .Myers, *Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics*, (Springer-Verlag, 1998).

[9] V. M. Strutinski, Nucl. Phys. **A122** (1968), 1; *ibid* **A218** (1974) 169.

[10] 大西直毅、物理学最前線 4、(共立出版, 1983)、 p. 131.

[11] 松柳研一、日本物理学会誌 vol. **34**, No. 7 (1979), 570.

[12] 浜本育子、日本物理学会誌 vol. **37**, No. 11 (1982), 921.

[13] 清水良文・松柳研一、日本物理学会誌 vol. **43**, No. 11 (1988), 841.

[14] N. J. A. de Voigt, J. Dudek and Z. Szymanski, Rev. Mod. Phys. **55** (1983), 949.

[15] Z. Szymanski, *Fast Nuclear Rotation*, (Oxford University Press, 1983).

[16] R. Bengtsson and J. D. Garrett, in *Collective Phenomena in Atomic Nuclei*, Int. Rev. Nuclear Physics vol. 2, (World Scientific, 1984), p. 194.

[17] J. D. Garrett, G. B. Hagemann and B. Herskind, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **36** (1986), 419.

[18] D. Cline, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **36** (1986), 683.

[19] 松尾正之、日本物理学会誌 vol.54, No. 8 (1999), 648.

[20] D. R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1954), 1059; *ibid* **103** (1956), 1786.

[21] A. B. Migdal, Nucl. Phys. **13** (1959), 655.

[22] A. Bohr and B. R. Mottelson, Phys. Scr. **22** (1980), 461.

[23] R. Bengtsson and H. Frisk, in Proceedings of the Niels Bohr Centennial Conference, *Nuclear Structure 1985*, May 20-24, 1985, eds. R. A. Broglia, G. Hagemann and B. Herskind, North-Holland, 1985, p. 89.

[24] A. V. Afanasjev, D. B. Fossan, G. J. Lane and I. Ragnarsson, Phys. Rep. **322** (1999), 1.

[25] E. R. Marshalek, Nucl. Phys. **A1977** (1979), 429; Phys. Rev. **C11** (1975), 1426.

[26] M. Matsuzaki, Y. R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **77** (1987), 1302.

[27] Y. R. Shimizu and T. Nakatsukasa, Nucl. Phys. **A611** (1996), 22.

[28] K. W. Schmid, F. Grümmer and A. Faessler, Ann. Phys. **180** (1987), 1.
A. Petrovice, K. W. Schmid and A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **38** (1997), 161.

[29] K. Hara and Y. Sun, Int. J. of Mod. Phys. **E4** (1995), 637.

[30] Y. R. Shimizu, J. D. Garrett, R. A. Broglia, M. Gallardo and E. Vigezzi, Rev. Mod. Phys. **61** (1989), 131.
Y. R. Shimizu, Nucl. Phys. **A520** (1990), 477c.

[31] Y. R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **70** (1983), 144; **72** (1984), 799.

[32] D. Ward et al., Nucl. Phys. **A600** (1996), 88.
G. Gervais et al., Nucl. Phys. **A624** (1997), 257.

[33] S.Åberg, Nucl. Phys. **A520** (1990), 35c.
W. Schmitz et al., Nucl. Phys. **A539** (1992), 112.
J. Domscheit et al., Nucl. PHys. **A660** (1999), 381.

[34] I. Hamamoto and G. Hageman, Phys. Rev. **C40** (1989), 2862.
I. Hamamoto, Nucl. Phys. **A520** (1990), 297c.

[35] C. G. Andersson, J. Krumlinde, G. Leander and Z. Szymanski, Nucl. Phys. **A361** (1981), 147.

[36] D. Janssen and I. N. Mikhailov, Nucl. Phys. **A318** (1979), 390.

[37] E. R. Marshalek, Nucl. Phys. **A331** (1979), 429.

[38] Y. R. Shimizu and M. Matsuzaki, Nucl. Phys. **A588** (1995), 559.

[39] P. F. Bortignon, A. Bracco and R. A. Broglia, *Giant Resonances, Nuclear Structure at Finite Temperature*, (Harwood Acad., New York, 1998).

[40] B. Herskind, T. Døssing, S. Leoni, M. Matsuo and E. Vigezzi, Prog. Part. Nucl. Phys. **28** (1992), 235.
T. Døssing, B. Herskind, S. Leoni, A. Bracco, R. A. Broglia, M. Matsuo and E. Vigezzi, Phys. Rep. **268** (1996), 1.

[41] V. Zelevinsky, B. A. Brown, N. Frazier and M. Hori, Phys. Rep. **276** (1996), 85.

[42] P. J. Twin et al., Phys. Rev. Lett. **57** (1986), 811.
J. D. Garrett, Nature **323** (1986), 395.

[43] C. E. Svensson et al., Phys. Rev. Lett. **85** (2000), 2693.

[44] T. Nakatsukasa, K. Matsuyanagi, S. Mizutori and Y. R. Shimizu, Phys. Rev. **C53** (1996), 2213.

[45] C. Baktash, B. Haas and W. Nazarewicz, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **45** (1995), 485.

[46] D. R. LaFosse at al., Phys. Rev. Lett. **74** (1995), 5186.

[47] P. J. Nolan and P. J. Twin, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **38** (1988), 533.

[48] R. V. F. Janssens and T. L. Khoo, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **41** (1991), 321.

[49] X.-L. Han and C.-L. Wu, *Nuclear Superdeformation Data Table*, Atomic Data and Nuclear Data Tables, **63** (1996), 117.

[50] B. Singh, R. B. Firestone and S. Y. Frank Chu, *Table of Superdeformed Nuclear Bands and Fission Isomers*, WWW Edition, June, 1997 (http://ie.lbl.gov/sdband/sdbindex.html).

[51] A. K. Kerman and N. Onishi, Nucl. Phys. **A361** (1981), 179. N. Onishi, Nucl. Phys. **A456** (1986), 390.

[52] S. Frauendorf, Nucl. Phys. **A557** (1993), 259c; *ibid* **A677** (2000), 115.

[53] S. Frauendorf, Z. Phys. **A358** (1997), 163.

[54] M. Neffgen et al., Nucl. Phys. **A595** (1995), 499.

[55] R. M. Clark, et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 1868.

[56] S. Frauendorf and J. Meng, Nucl. Phys. **A617** (1996), 131.

[57] P. Chowdhury et al., Nucl. Phys. **A485** (1988), 136.

[58] B. Crowell, et al., Phys. Rev. **C53** (1996), 1173.

[59] K. Narimatsu, Y. R. Shimizu and T. Shizuma, Nucl. Phys. **A601** (1996), 69.

[60] Y. R. Shimizu, T. Døssing, E. Vigezzi and R. A. Broglia, Nucl. Phys. **A557** (1993), 99c.

[61] *The Variety of Nuclear Shapes*, Proceedings of International Conference on Nuclear Shape, June 29–July 29, 1987, Crete, Greece, ed. by J. D. Garrett et al., (World Scientific, 1988).

[62] Proceedings of International Conference on *Nuclear Structure in the Nineties*, April 23–27, 1990, Oak Ridge, USA, ed. by N. R. Johnson, Nucl. Phys. **A520** (1990).

[63] Proceedings of the Workshop-Symposium on *Future Directions in Nuclear Physics with* 4π *Gamma Detection Systems of the New Generation*, March 4–16, 1991, Strasbourg, France, AIP Conference Proceedings 259, ed. by J. Dudek and B. Hass, American Institute of Physics, New York, 1992.

[64] Proceedings of the International Conference on *Nuclear Structure at High Angular Momentum*, May 18–21, 1992, Ottawa, AECL report ACEL-10613.

[65] Proceedings of the 21th International Symposium, *Rapidly Rotating Nuclei 1992*, October 26–30, 1992, Tokyo, ed. by K. Furuno et al., Nucl. Phys. **A557** (1993).

[66] Proceedings of the International Conference on *Physics from Large* γ*-ray Detector Arrays*, August 2–6, 1994, Berkeley, USA, LBL report LBL-35687.

[67] *Gammasphere Physics*, ed. by M. A. Deleplanque et al. (World Scientific, 1996).

[68] Proceedings of the International Conference on *Nuclear Structure at the Limits*, July 22–26, 1996, Argonne, USA, ANL report ANL/PHY-97/1.

[69] Proceedings of the International Conference, *Nuclear Structure 98*, August 10–15, 1998, Gatlinburg, Tennessee, USA, API Conference Proceedings 481, ed. by C. Baktash, American Institute of Physics, New York, 1999.

[70] Proceedings of International Conference, *Nuclear Structure 2000*, August 15–19, 2000, East Lansing, Michigan, USA, Nucl. Phys. to be published.