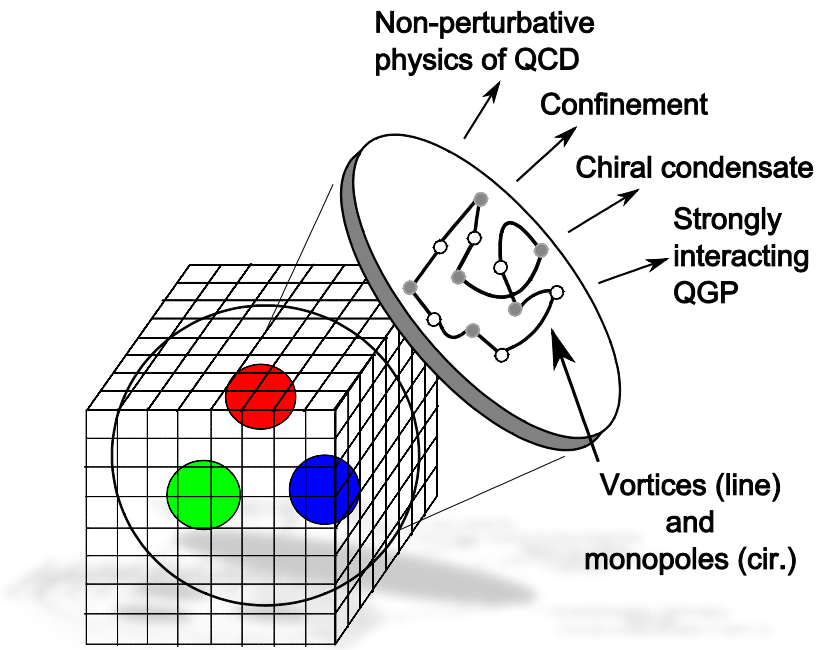
格子QCDによる閉じ込め現象の研究

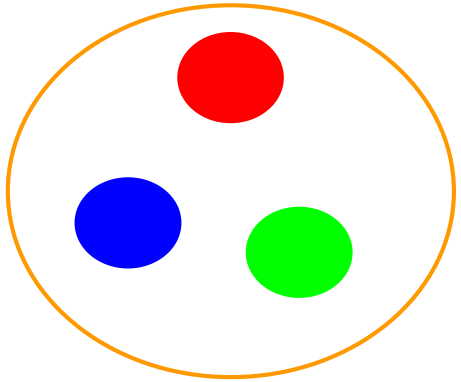
高知大学総合情報センター
斎藤　卓也

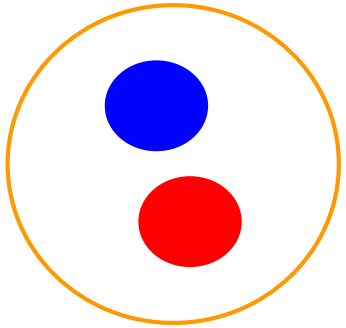
1. はじめに
2. センターボーテックス描像
3. 他のシナリオとの関係
4. まとめ



クォークの閉じ込め（1）

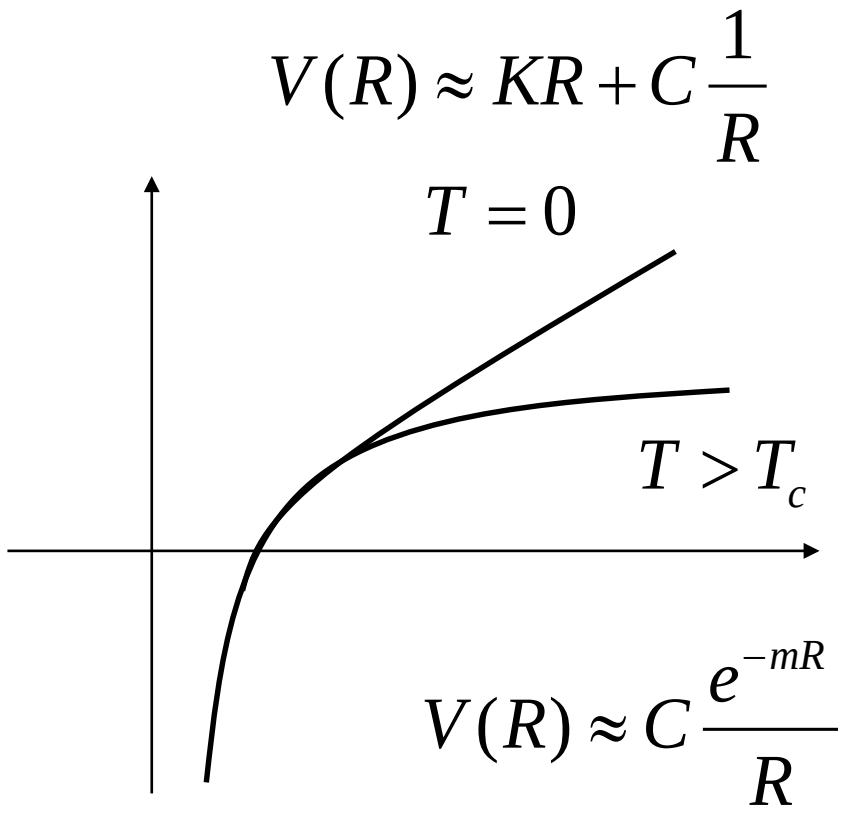
- ハドロンはクォークとグルーオンから構成される。
- 強く相互作用するクォークとグルーオンの力学は非可換ゲージ理論である量子色力学。（1971年t'Hooft繰り込み可能）
- 漸近自由による摂動計算（1972年Gross,Wilczek,Politzer)。高運動量遷移領域での実験との比較。
  摂動理論による理解が進む。





クォークの閉じ込め（2）

- 格子ゲージ理論による非摂動論的定式化。(1974年 Wilson)
- 低エネルギーのハドロン分光（質量）や閉じ込めクォークポテンシャル。
- その他、クォークグルーオンプラズマ（非閉じ込め相）の物理。相転移、遮蔽ポテンシャル、状態方程式など。
- しかし、真空中からクォークは単独では取り出せない。閉じ込めのメカニズムは理解されていない。



閉じ込めシナリオ（1）

◆ 閉じ込めの理解に向けて「摂動」から

✓ Landau Gauge:

✓九後・小嶋の閉じ込め条件（十分条件）

✓Gribov-Zwanziger シナリオ（ゴーストのゼロ固有値近傍が閉じ込めに寄与）、赤外領域で横グルーオンは消失が期待

✓摂動理論と繰り込み可能

✓ Coulomb Gauge:

✓Gribov-Zwanziger シナリオ

✓閉じ込め瞬間力がクォーク間に出現（必要条件）、横グルーオンは消失が期待

✓摂動理論と繰り込み可能

✓ 数値計算により実証されつつあるが、不明な点もある。（赤外グルーオン関数、クォーク伝播関数や、その他のシナリオとの関係）

クーロンゲージQCD

- Hamiltonian in the Coulomb gauge QCD

$$H = \frac{1}{2}\int d^3x\left(E_i^2 + B_i^2\right) + \frac{1}{2}\int d^3x d^3y\left(\rho(x)D(x,y)\rho(y)\right)$$

- Faddeev-Popov term in the Coulomb gauge QCD

$$D(\vec{x},\vec{y}) = \int d^3z\left[\frac{1}{M(\vec{x},\vec{y})}(-\vec{\partial}_{\vec{z}}^2)\frac{1}{M(\vec{x},\vec{y})}\right] \quad M = -(\vec{\partial}^2 + g\vec{A}\times\vec{\partial})$$

- Time-time component of the gluon propagators.

$$g^2\left\langle A_0(x)A_0(y)\right\rangle = V(x-y) + P(x-y)$$

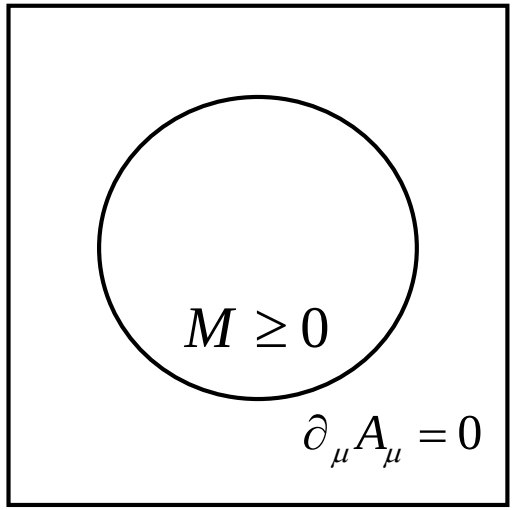
$$V(x-y) = g^2\left\langle D(\vec{x},\vec{y})\right\rangle\delta(x_4 - y_4)$$

Fadeev-Popov and instant. parts

Instantaneous part is defined in terms of FP operator in QCD

$$V_{inst}(r) \Rightarrow \left\langle \frac{1}{M}\left(-\partial_i^2\right)\frac{1}{M} \right\rangle, \text{ M: Fadeev-Popov operator}$$

- Gribov conjecture (or example)
  - ✓ Low-lying mode of the eigenvalues of FP cause the singular behavior of a confining potential.
  - ✓ Namely, their low-lying mode is responsible for the color confinement.
  - ✓ This is necessary to realize the confinement.

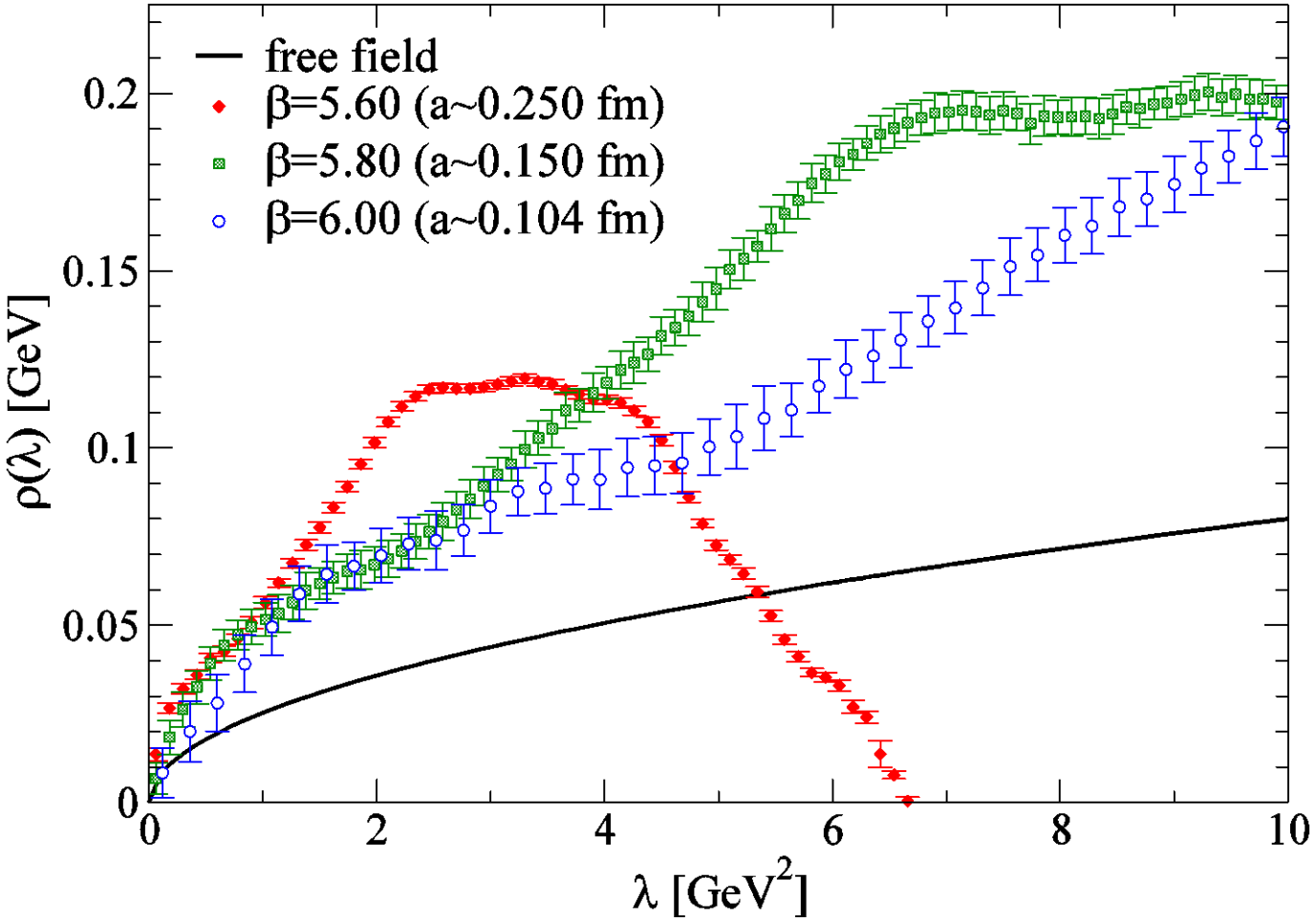


$M \geq 0$; Gribov region

クーロンゲージによるFP固有値密度分布

$$\rho(\lambda) = \frac{N(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)}{8V_3 \Delta\lambda}$$

SU(3)

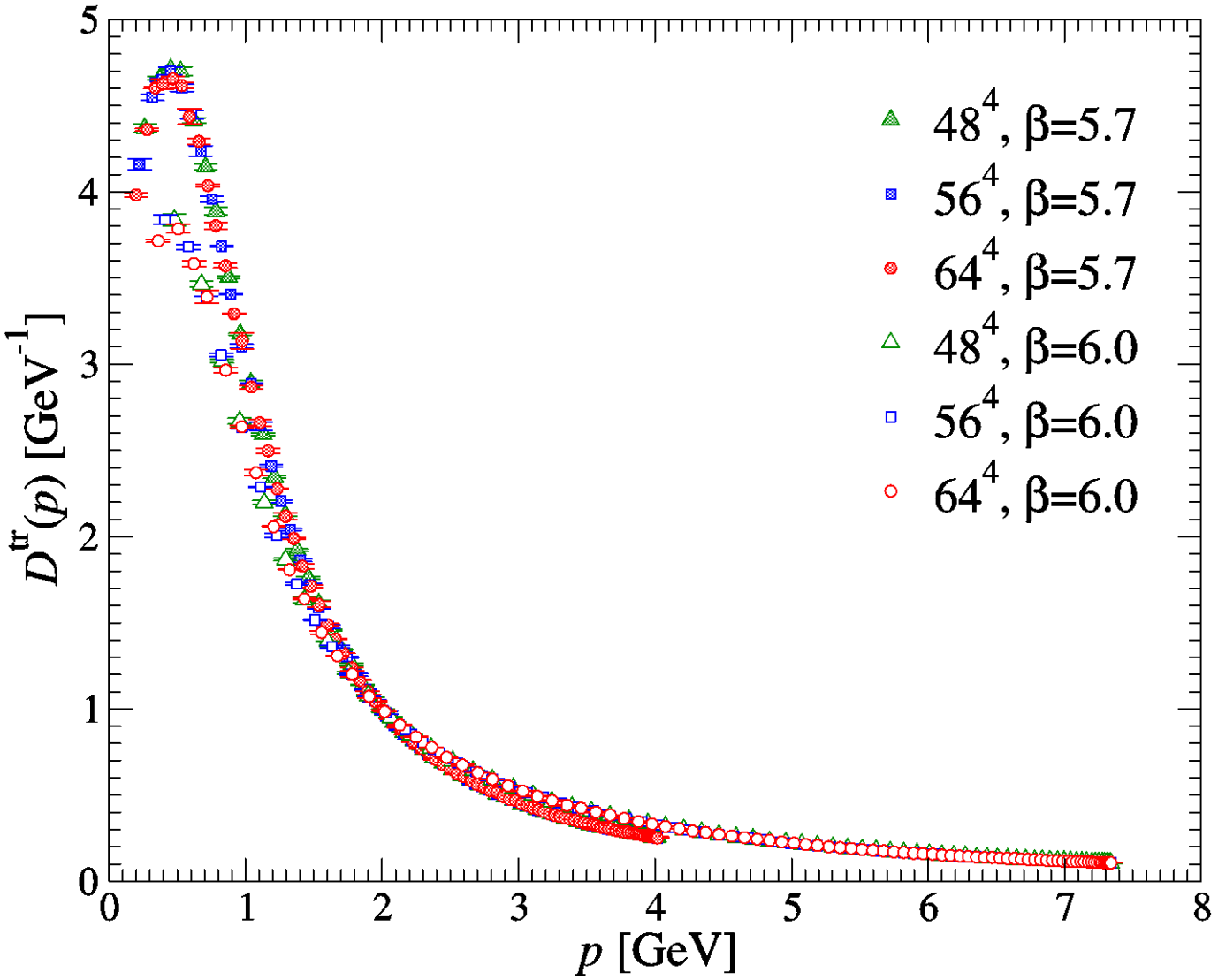


PRD75,014508, 2007,Nakagawa, et al.

クーロンゲージによるグルーオン伝播関数

$$D^{tr}(p) = \frac{1}{2\sqrt{\vec{p}^2 + \frac{M^2}{\vec{p}^2}}}$$

SU(3)



PRD83,114503, 2011,Nakagawa, et al.

閉じ込めシナリオ（2）

◆ 閉じ込め現象の理解に向けて「非摂動論的定式化」

✓ 双対超伝導描像(Dual superconductor picture);

✓閉じ込めはカラー磁気単極子(monopole)の凝縮による（第２種超伝導とする）

✓クォークと反クォーク間のカラー力はフラックス状

✓アーベリアン射影

$$SU(N) \to U(1)^{N-1}$$

最大アーベリアンゲージ

✓位相欠陥（topological defect)
(1970年代、Mandelstam, t'Hooft, Mack, Cornwall, etc. ）

✓数値計算によると、モノポールドミナンス、アーベリアンドミナンス等の諸性質は、クォーク閉じ込めを示唆している。

閉じ込めシナリオ(3)

◆ 閉じ込め現象の理解に向けて「非摂動論的定式化」

✓ センターボーテックス(Center vortex);

✓閉じ込めはカラー渦(磁場的)の存在により起こる

✓センター射影

$$\pi_1(SU(N)/Z(N)) = Z(N)$$

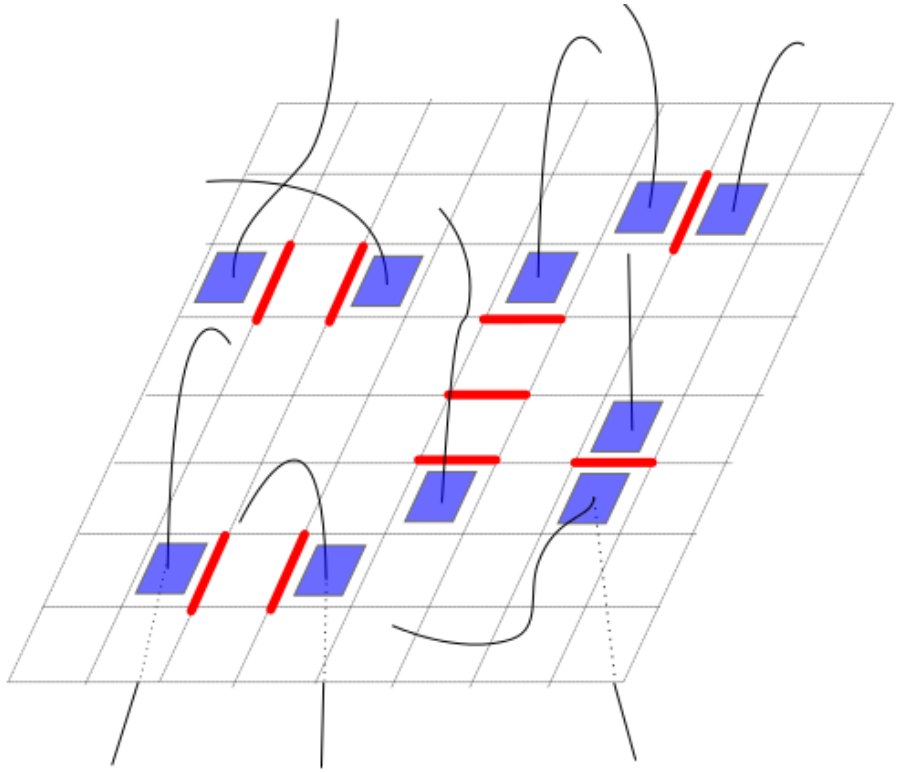
✓位相欠陥(topological defect)
(1970年代、Mandelstam, t'Hooft, Mack, Cornwall, etc.)

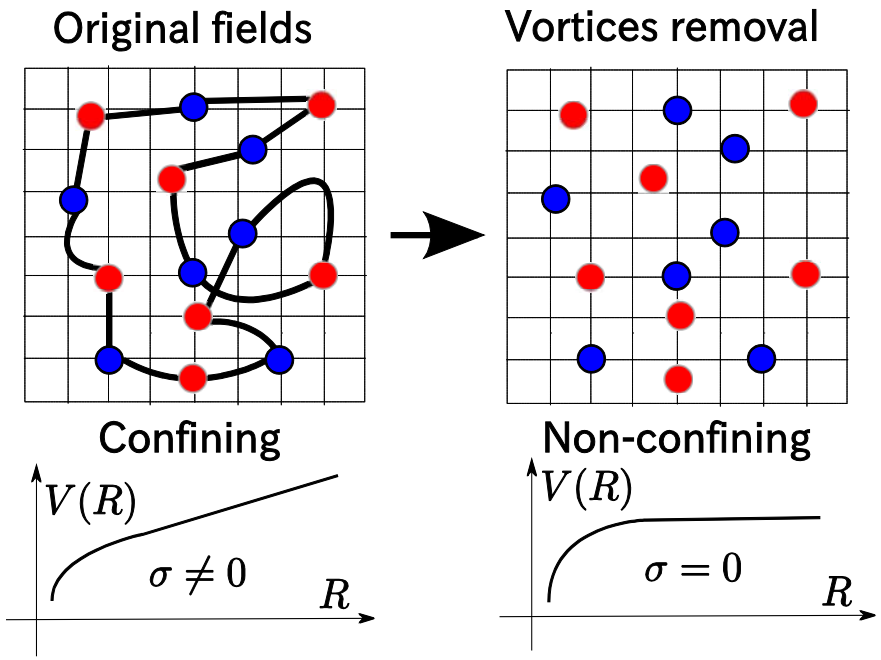
✓センター射影手法(Direct Maximal Center Projection (MCP)
Debbio, et. al, PRD58,094501(1999))

✓数値計算によりセンターボーテックスのより閉じ込めが起こる。さらに、カイラル力学にも寄与する。

✓クーロンゲージシナリオや双対超伝導描像との関係性も議論されている。

格子上でのボーテックス





$$\text{Maximize } R = \frac{1}{VT}\sum_{x,t}\mathrm{Tr}\left[U_\mu(x,t)\right]^2$$

SU(2)

$$Z_\mu(x) = \mathrm{sgn}\,\mathrm{Tr}\left[U_\mu(x)\right]$$

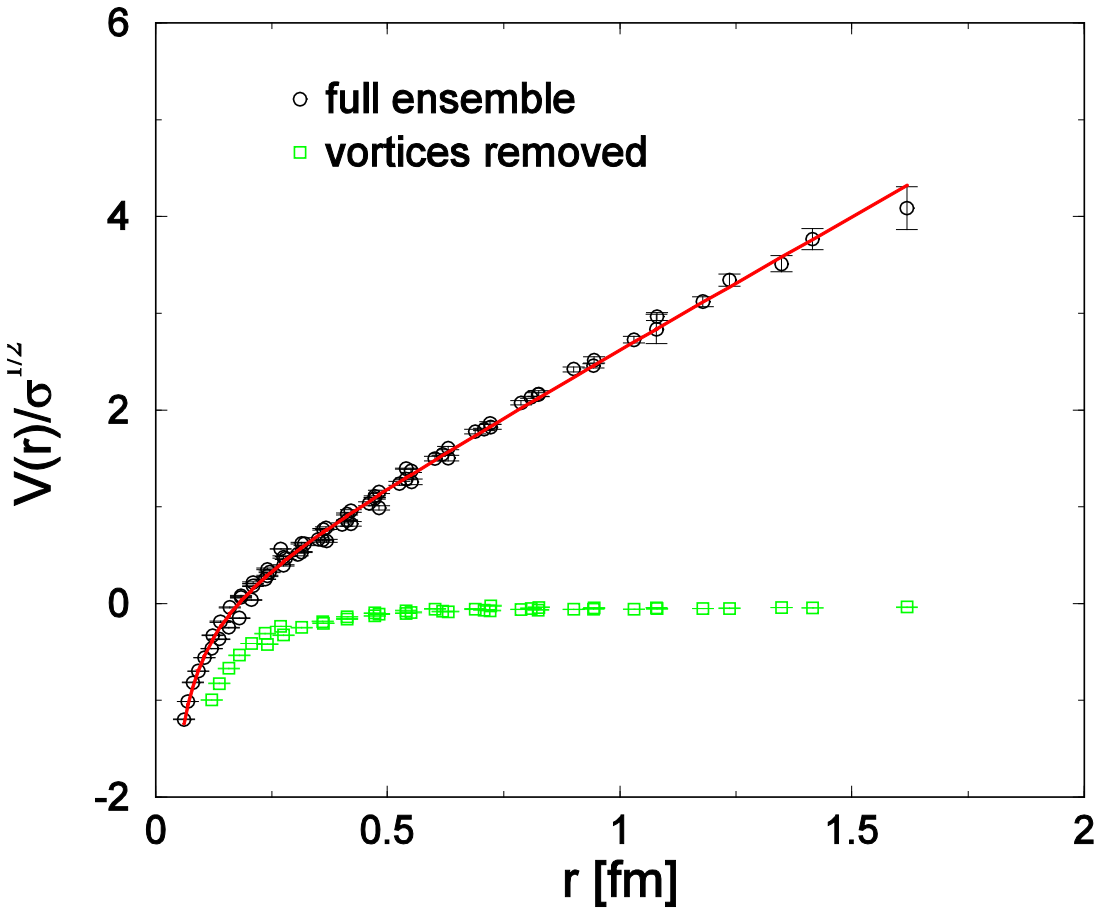
$$U_\mu(x) \to U'_\mu(x) = Z_\mu(x)U_\mu(x)$$

赤線　　:マイナスリンク変数（センター場）
青四角　:ボーテックスプラケット(P-vortex)
黒実線　:ボーテックス線（のイメージ）

赤丸と青丸はモノポールと反モノポール
実線はボーテックス（と議論されている）

ボーテックスと閉じ込めポテンシャル

SU(2), 12^{-+}



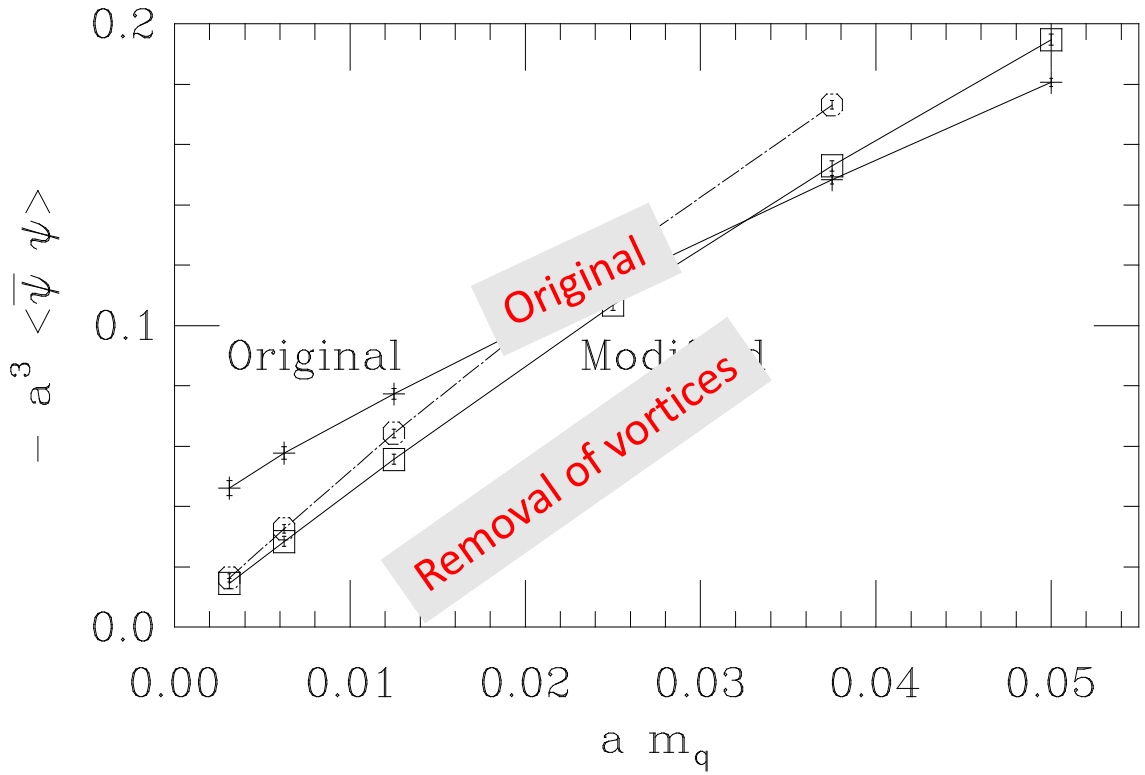
Confinining

SU(2)

Deconfining

J. Gattnar, K. Langfeld, H. Reinhardt, PRL. 93 (2004) 061601.

ボーテックスとカイラル凝縮

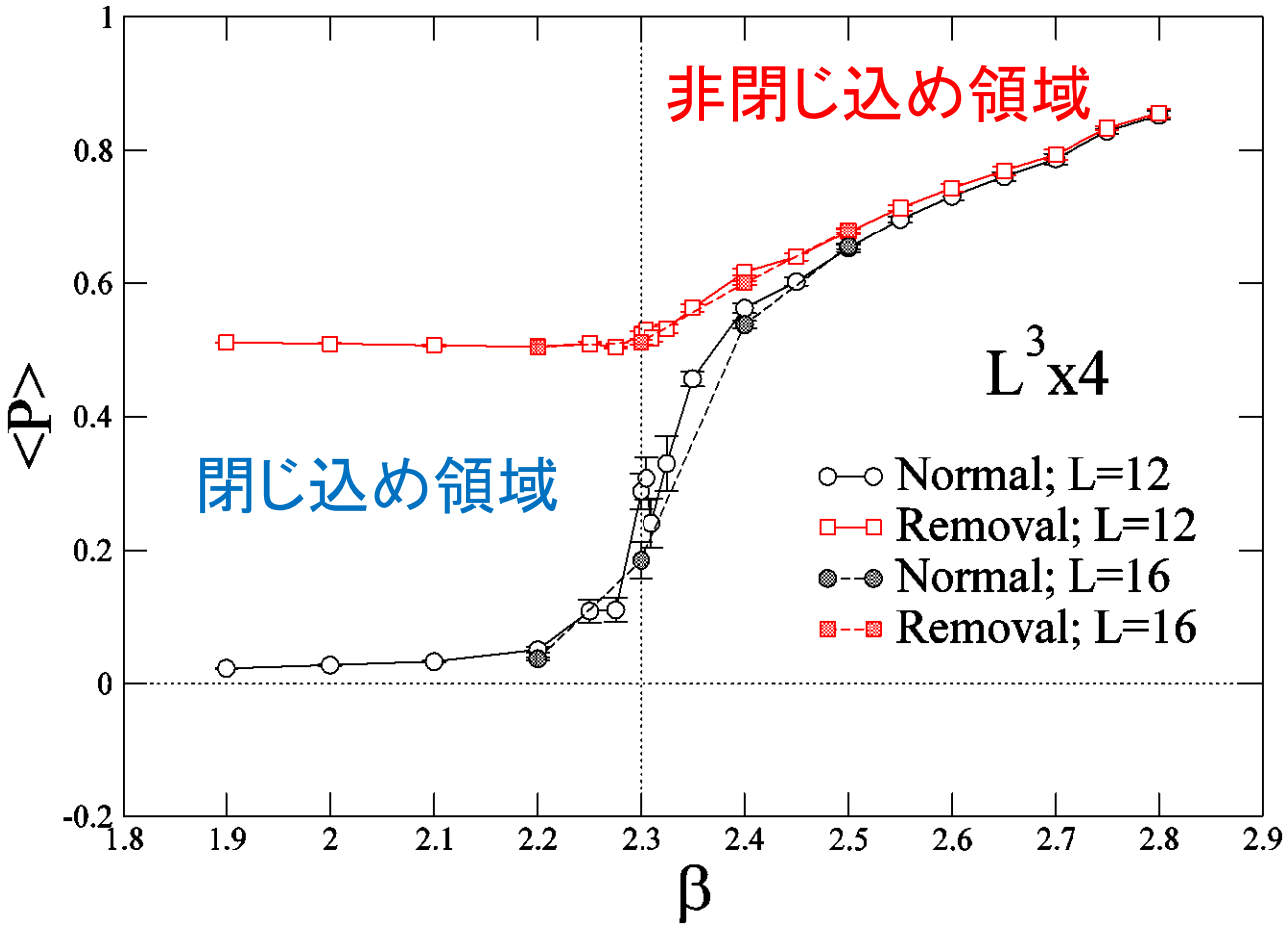


Relevance of Center Vortices to QCD; Forcrand and D'Elia, PRL82,4582(1999)

◆しかし、結果が格子作用に依存するという注意点が必要。

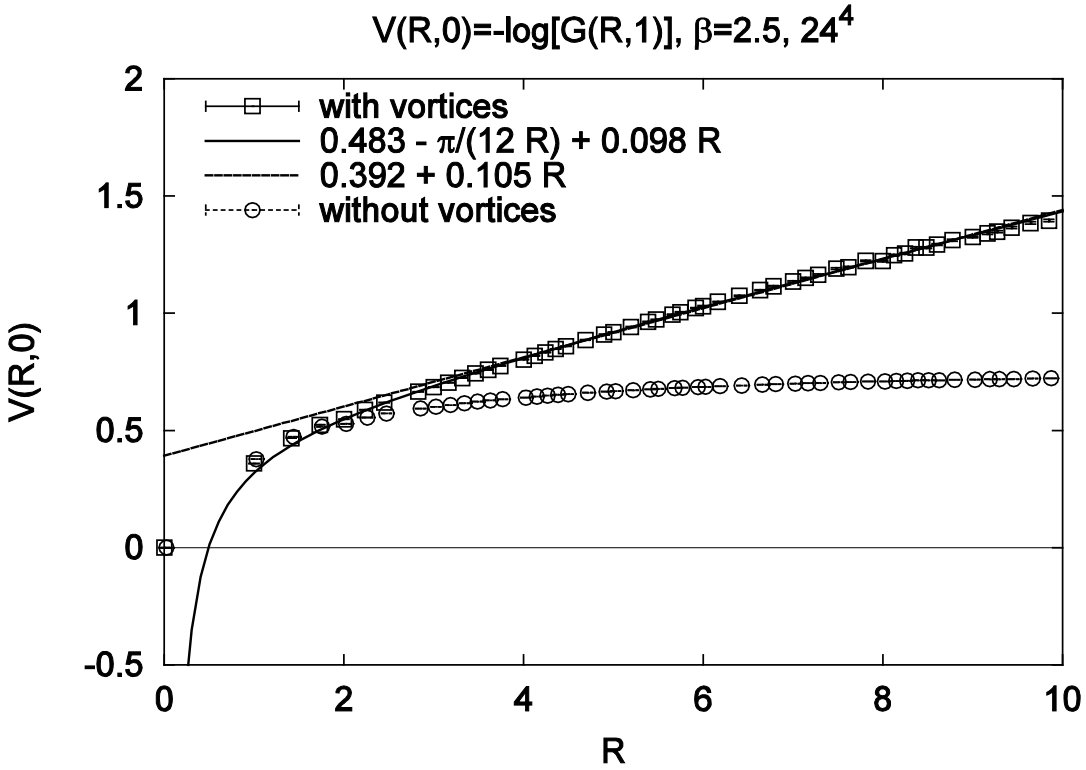
(J.Gattnar, et al., NPB716(2005)105; M.Faber,et al., PRD78(2008)054508; P.O.Bowman, PRD78(2008)054509)

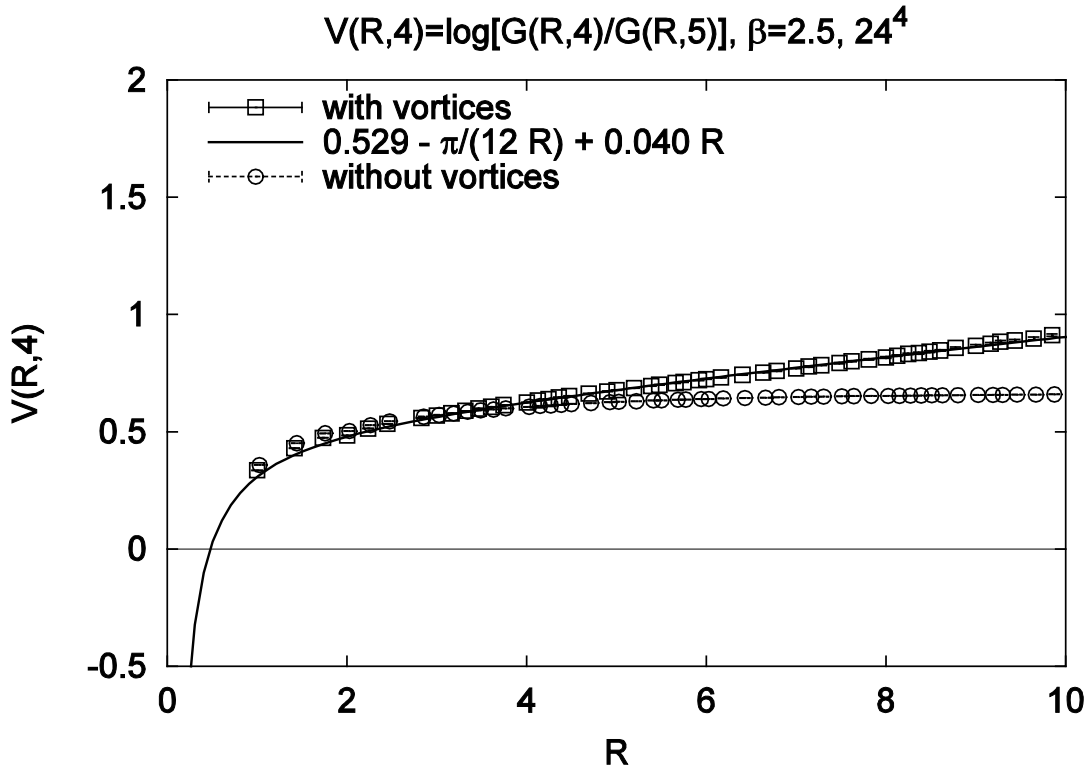
ボーテックスとポリヤコフ線



SU(2)

ボーテックスとカラー瞬間力（1）



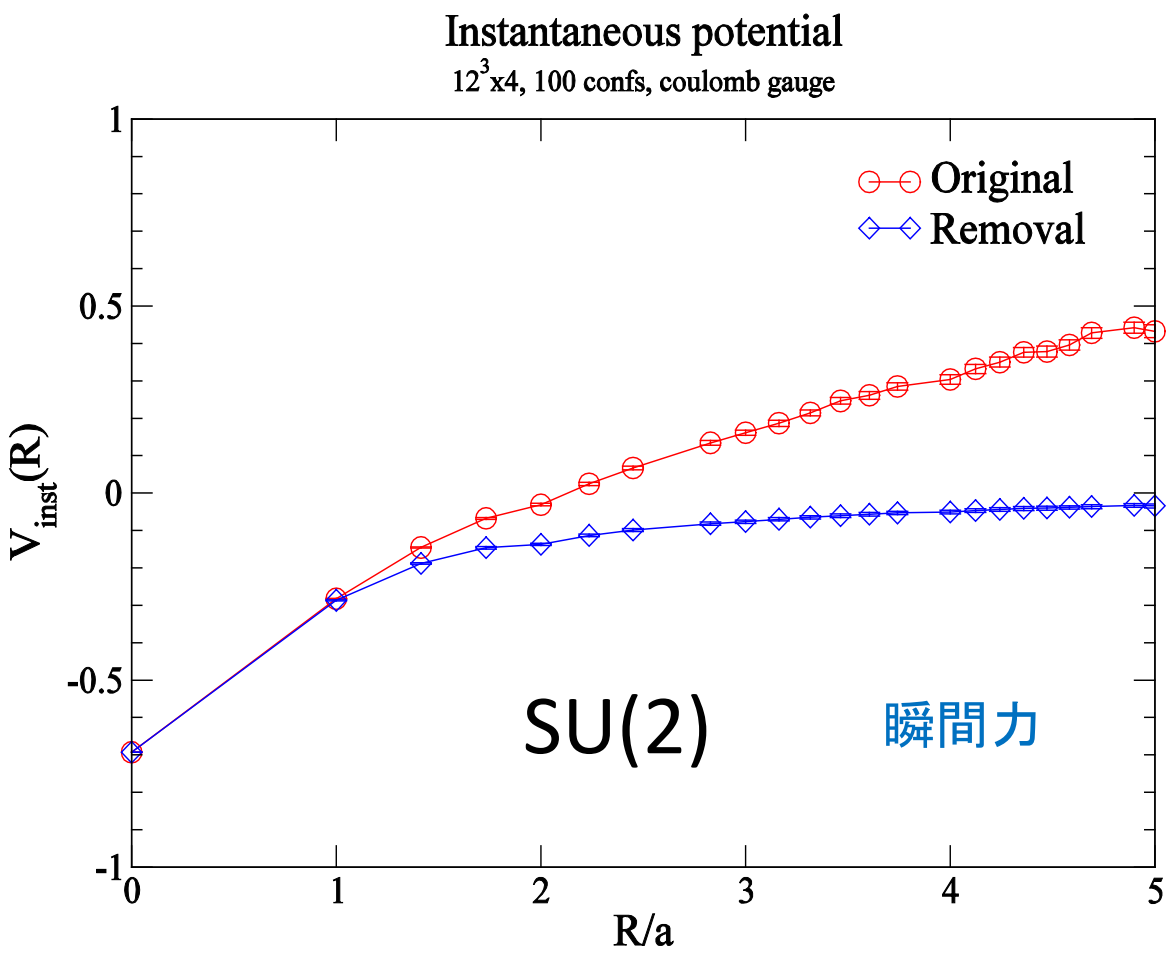


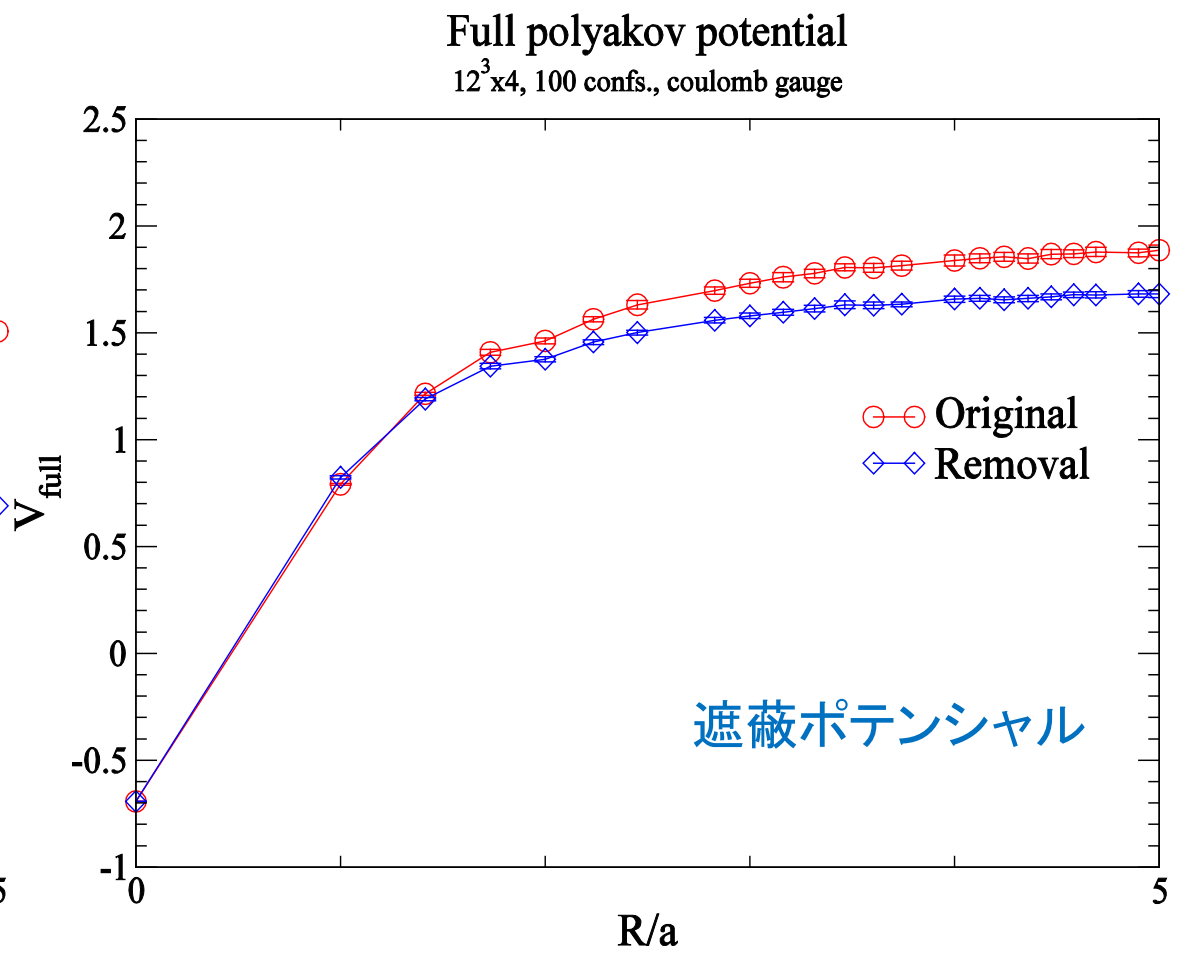
閉じ込め領域

SU(2)

PRD67,094503,2003, Greensite et al.

ボーテックスとカラー瞬間力（2）





非閉じ込め領域

まとめ

1. 格子QCD理論により閉じ込め現象を議論するために、４つのシナリオがあり、研究が進んでいる。

2. 摂動ゲージ固定（ランダウやクーロン)では、それぞれのシナリオが確認されつつあるが、赤外グルーオンの消失がはっきりしない。

3. ゲージ理論の位相欠陥(Topological defect)によるモノポールやボーテックスが閉じ込めの原因。

4. ボーテックス描像を用いると各シナリオを統一的に理解できるかもしれない。双対描像、クーロンゲージ（ランダウゲージ）との関係は数値的に議論されている。