
格子QCD計算と有限密度における現象論的模型

PRD77, 051901(2008); PRD78, 036001(2008); PRD78, 076007(2008)

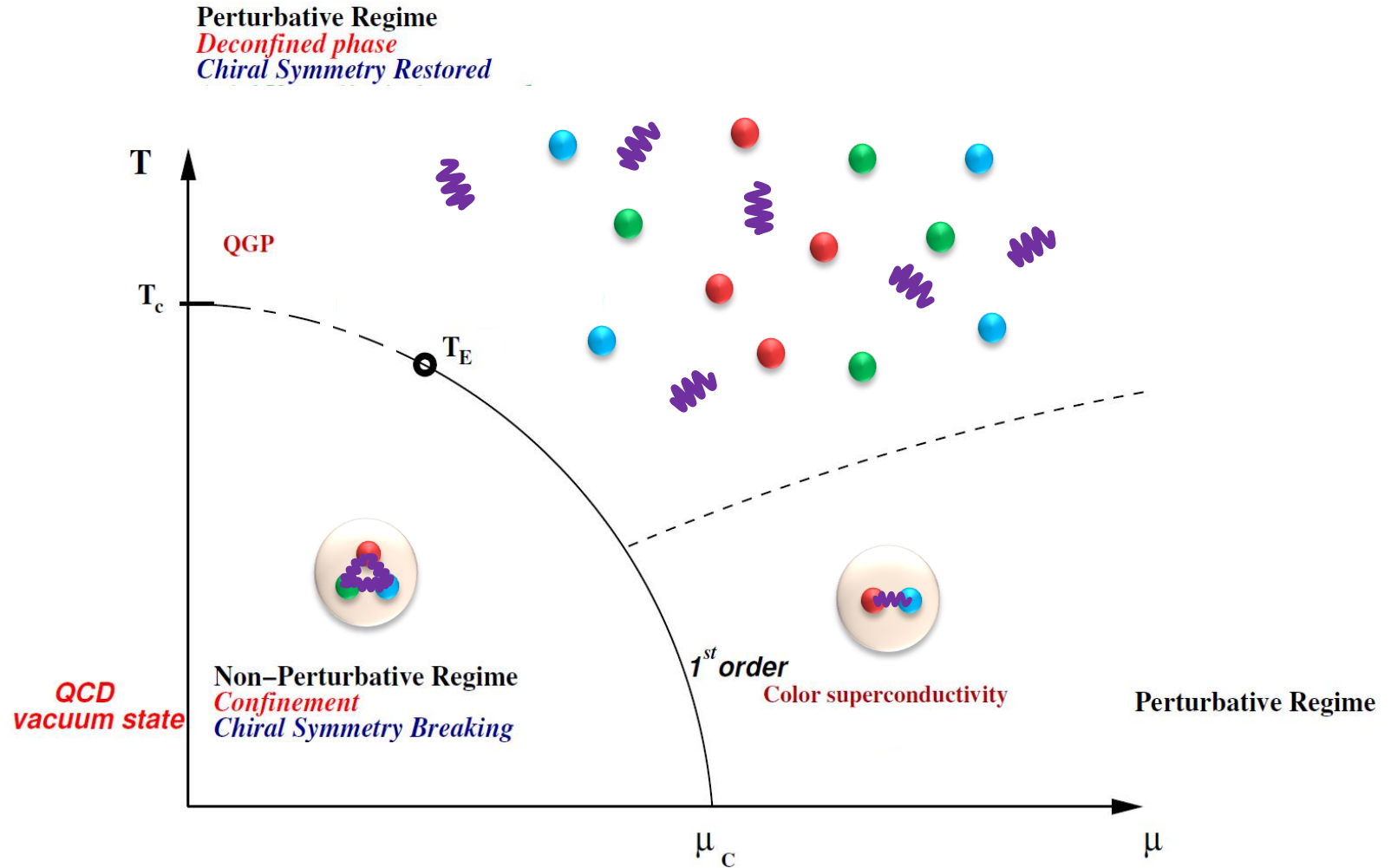
境 祐二

柏浩司, 河野宏明, 松崎昌之, 八尋正信

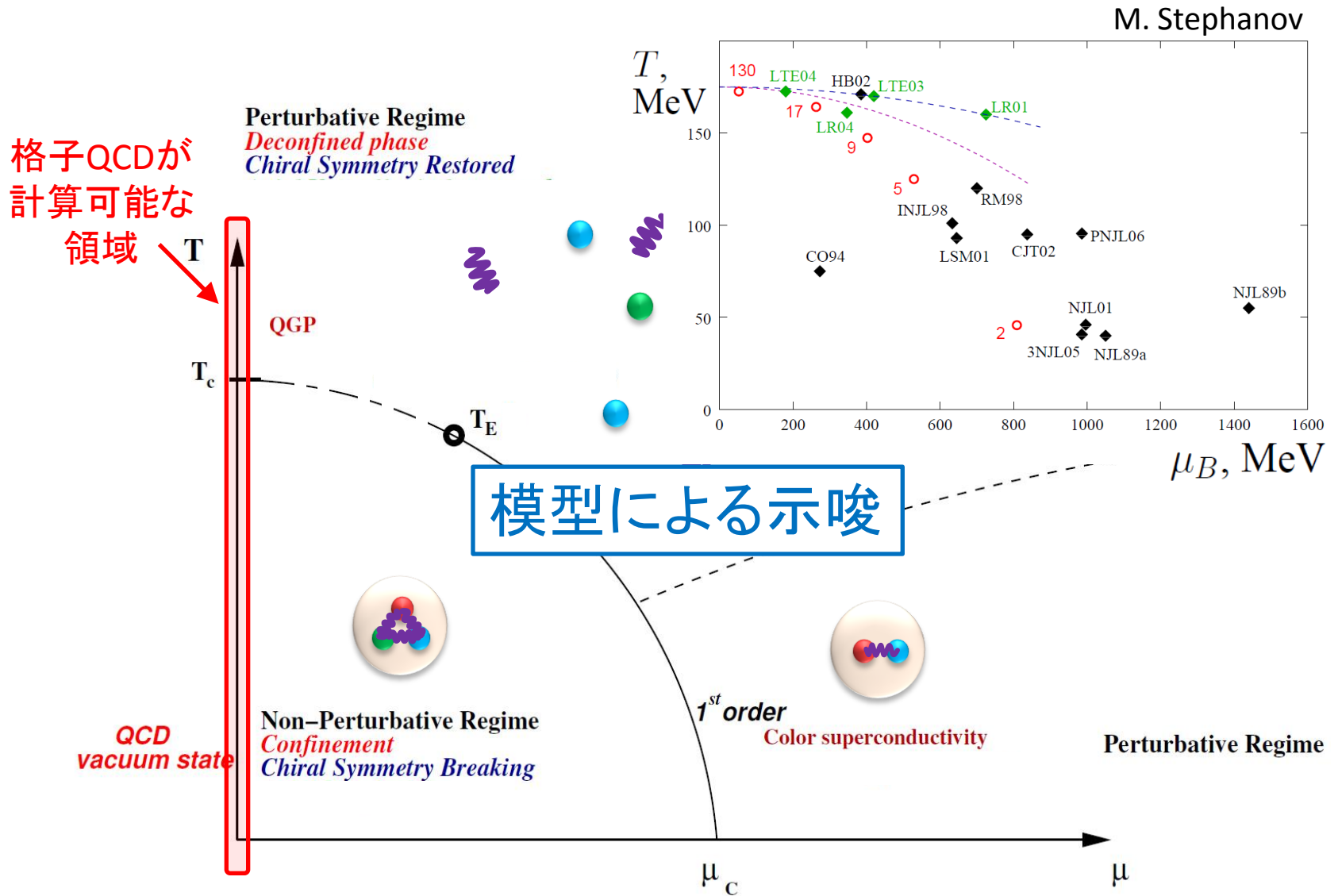
九大理, 佐賀大理工, 福岡教育大

12/26 @九大 FR若手研究会

QCD 相図 (実化学ポテンシャル)



QCD 相図 (実化学ポテンシャル)



虚数化学ポテンシャルの研究

● 分配関数 $Z = \int \mathcal{D}A \left(\det M_q(\mu) \right) e^{-S_g}$

符号問題 $\det M_q^\dagger(\mu) = \det M_q(-\mu^*)$

$$\det M_q^\dagger(\mu_I) = \det M_q(\mu_I)$$

● 特徴

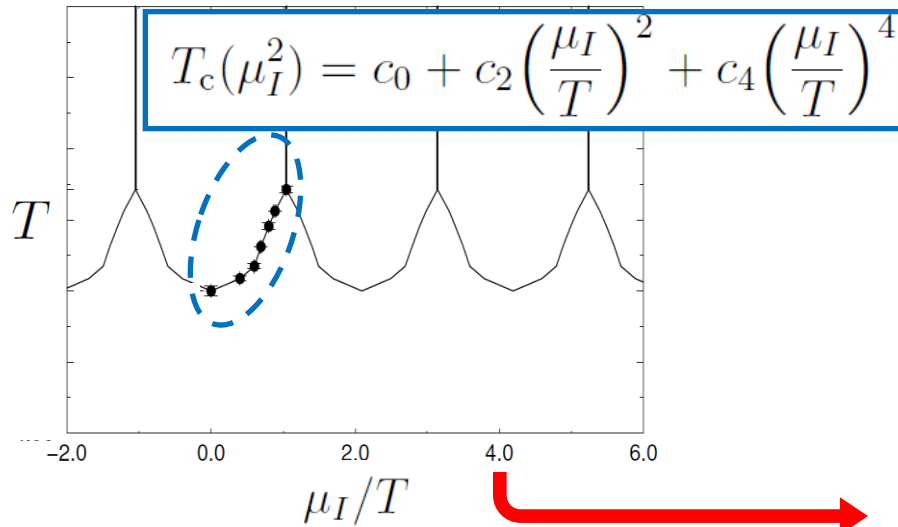
1) CP 対称性 $\mu \rightarrow -\mu$

$$Z_{GC}(-i\mu_I) = Z_{GC}(+i\mu_I)$$

2) RW 周期性 $\mu_I \rightarrow \mu_I + \frac{2\pi k}{3} T$

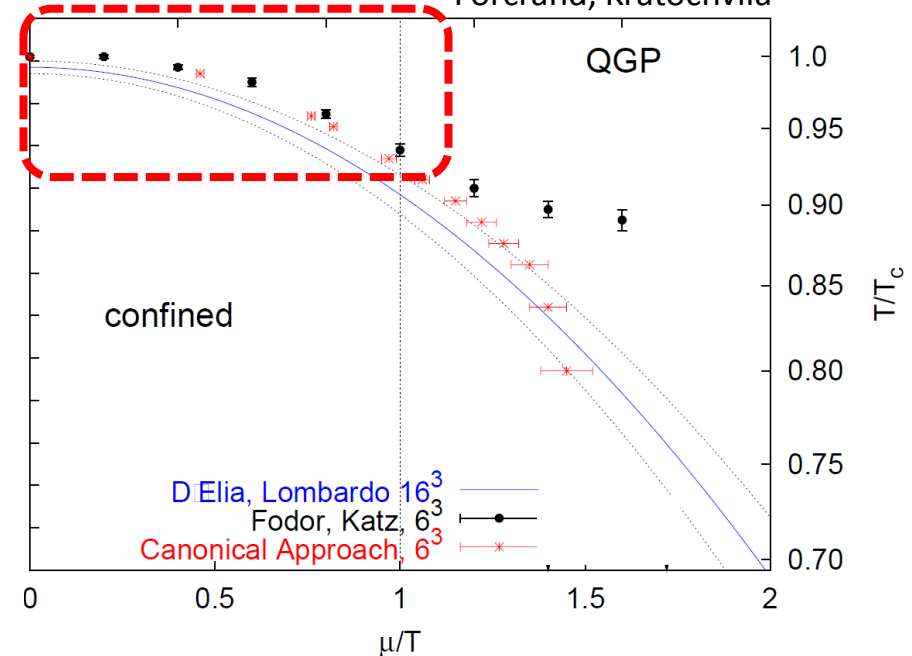
$$Z_{GC}(i(\mu_I + \frac{2\pi k}{3} T)) = Z_{GC}(i\mu_I)$$

D'Elia, Lombardo

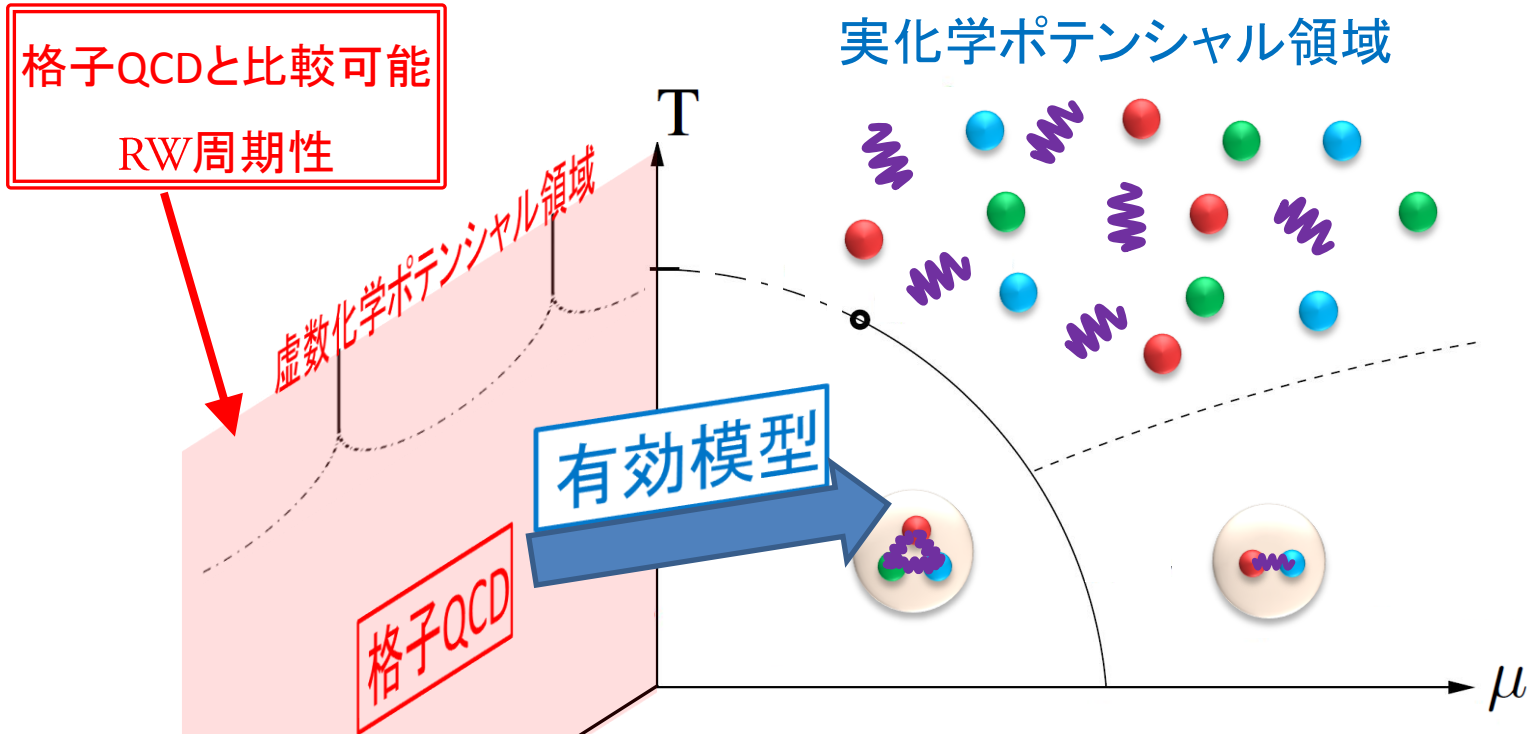


$$T_C(-\mu_I^2) \rightarrow T_C(+\mu_R^2)$$

Forcrand, Kratochvila



研究目標



1. 虚数 μ 領域で格子QCDを再現する有効模型の構築

Polyakov-NJL model

2. 格子QCDとの比較による有効模型の不定性の除去

結合定数 (G_s, G_v)

PNJL 模型

PNJL = NJL(カイラル対称性の破れ) + Polyakov-loop(閉じ込め)

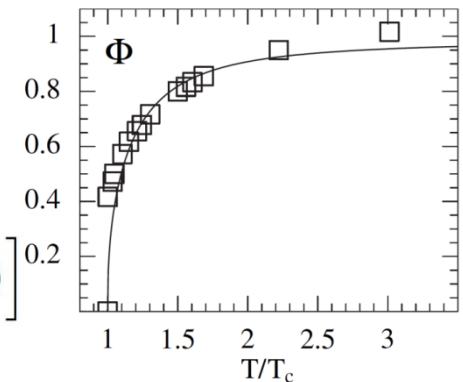
$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma_\nu D^\nu - m_0)q + G_s[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2] - \mathcal{U}(\Phi[A], \Phi^*[A], T)$$

Fukushima Phys. Lett. **B591** (2004) 277

● Polyakov-loop

$$\Phi = \frac{1}{N_c} \text{Tr} L, \quad L(\mathbf{x}) = \mathcal{P} \exp \left[i \int_0^\beta d\tau A_4(\mathbf{x}, \tau) \right],$$

C. Ratti, et al. Phys. Rev. D **73**, 014019 (2006)



● Polyakov potential

$$\mathcal{U} = T^4 \left[-\frac{a(T)}{2} \Phi^* \Phi + b(T) \ln(1 - 6\Phi\Phi^* + 3(\Phi\Phi^*)^2 + 4(\Phi^3 + \Phi^{*3})) \right]$$

パラメータ

$$m_0 = 5.5 \text{ MeV}$$

$$\begin{aligned} M_\pi &= 138 \text{ MeV} \\ f_\pi &= 93.3 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda &= 0.6315 \text{ GeV} \\ G_s &= 5.498 \text{ GeV}^{-2} \end{aligned}$$

熱力学ポテンシャル

$$\theta = \mu_I/T$$

$$\Omega = -2N_f \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \left[3E(\mathbf{p}) + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3(\Phi + \Phi^* e^{-\beta E^-(\mathbf{p})}) e^{-\beta E^-(\mathbf{p})} + e^{-3\beta E^-(\mathbf{p})} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3(\Phi^* + \Phi e^{-\beta E^+(\mathbf{p})}) e^{-\beta E^+(\mathbf{p})} + e^{-3\beta E^+(\mathbf{p})} \right] \right] + U_M + \mathcal{U}$$

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \quad \sigma = \langle \bar{q}q \rangle, \quad \Sigma_s = -2G_s \sigma, \quad U_M = G_s \sigma^2, \quad M = m_0 + \Sigma_s.$$

熱力学ポテンシャル

$$\theta = \mu_I/T$$

$$\Omega = -2N_f \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \left[3E(\mathbf{p}) + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3(\Phi + \Phi^* e^{-\beta E^-(\mathbf{p})}) e^{-\beta E^-(\mathbf{p})} + e^{-3\beta E^-(\mathbf{p})} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3(\Phi^* + \Phi e^{-\beta E^+(\mathbf{p})}) e^{-\beta E^+(\mathbf{p})} + e^{-3\beta E^+(\mathbf{p})} \right] \right] + U_M + \mathcal{U}$$

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \quad \sigma = \langle \bar{q}q \rangle, \quad \Sigma_s = -2G_s\sigma, \quad U_M = G_s\sigma^2, \quad M = m_0 + \Sigma_s.$$

拡張された Z3 変換

$$\theta \rightarrow \theta + 2\pi k/3, \quad \Phi(\theta) \rightarrow \Phi(\theta) e^{-i2\pi k/3} \quad \theta = \mu_I/T$$

$$\text{変形 Polyakov ループ} \quad \Psi \equiv e^{i\theta} \Phi \quad \theta \rightarrow \theta + 2\pi k/3, \quad \Psi(\theta) \rightarrow \Psi(\theta)$$

熱力学ポテンシャル

$$\theta = \mu_I/T$$

$$\Omega = -2N_f \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \left[3E(\mathbf{p}) + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3\bar{\Psi} e^{-\beta E(\mathbf{p})} + 3\bar{\Psi}^* e^{-2\beta E(\mathbf{p})} e^{3i\theta} + e^{-3\beta E(\mathbf{p})} e^{3i\theta} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 + 3\Psi e^{-\beta E(\mathbf{p})} + 3\Psi e^{-2\beta E(\mathbf{p})} e^{-3i\theta} + e^{-3\beta E(\mathbf{p})} e^{-3i\theta} \right] \right] + U_M + \mathcal{U}$$

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \quad \sigma = \langle \bar{q}q \rangle, \quad \Sigma_s = -2G_s\sigma, \quad U_M = G_s\sigma^2, \quad M = m_0 + \Sigma_s.$$

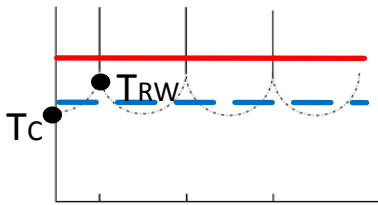
拡張された Z3 変換

$$\theta \rightarrow \theta + 2\pi k/3, \quad \Phi(\theta) \rightarrow \Phi(\theta) e^{-i2\pi k/3}$$

変形 Polyakov ループ $\Psi \equiv e^{i\theta} \Phi$ $\theta \rightarrow \theta + 2\pi k/3, \quad \Psi(\theta) \rightarrow \Psi(\theta)$

$$\Omega(\theta) = \Omega(\Psi(\theta), \Psi(\theta)^*, e^{3i\theta})$$

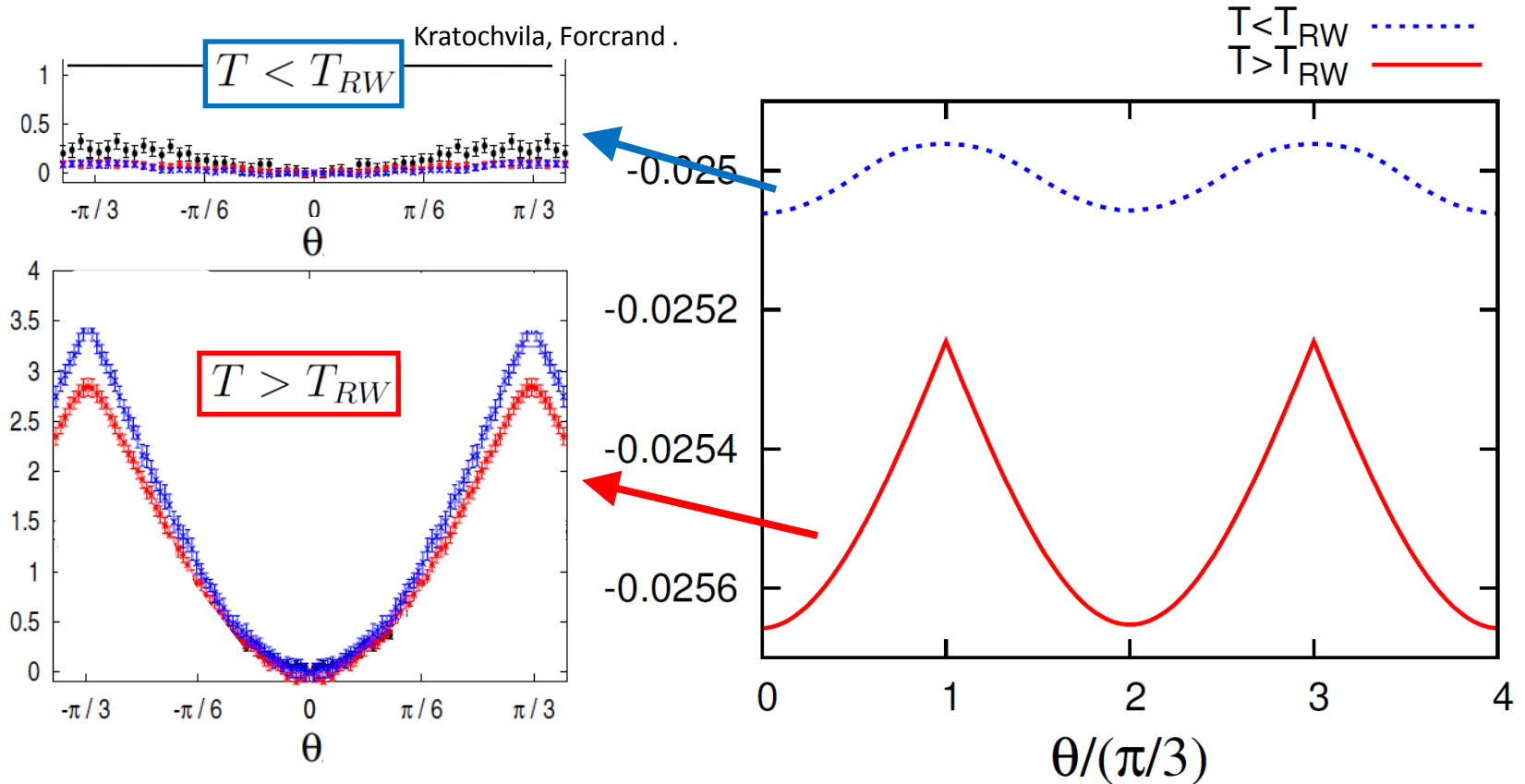
拡張された Z3 不変量



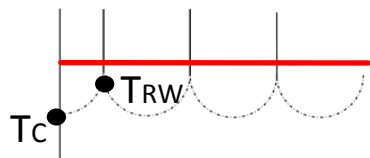
熱力学ポテンシャル

熱力学ポテンシャル

$$\Omega(\theta) = \Omega(\theta + 2\pi k/3) = \Omega(-\theta).$$



物理量 $d\Omega/dX$ ($X = m_0, \mu$) も格子 QCD を定性的 (周期性, 概形, etc) を再現する.
 虚数化学ポテンシャルにおいて PNJL 模型は格子 QCD と同じ結果を与える.

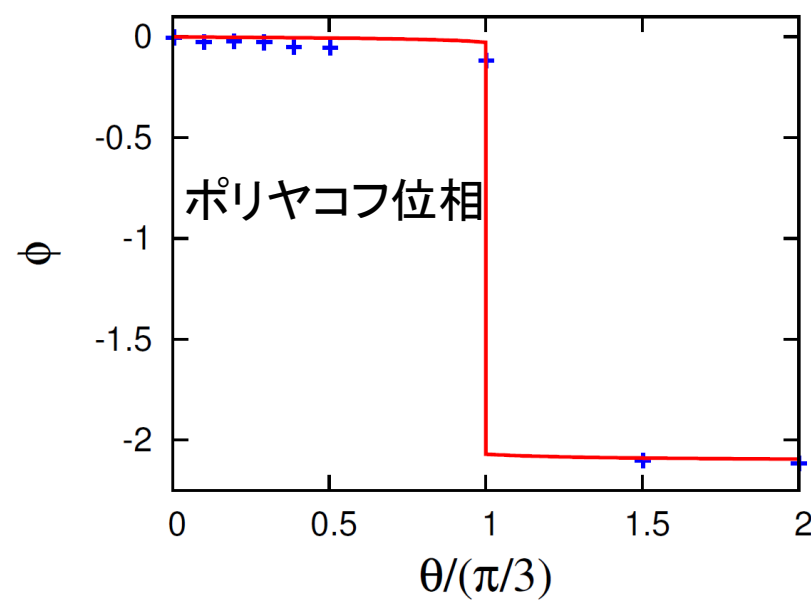
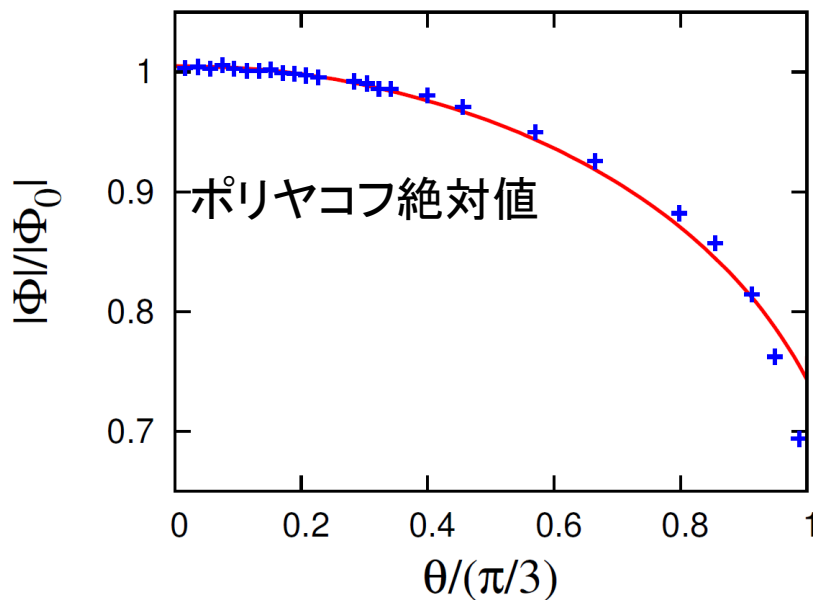
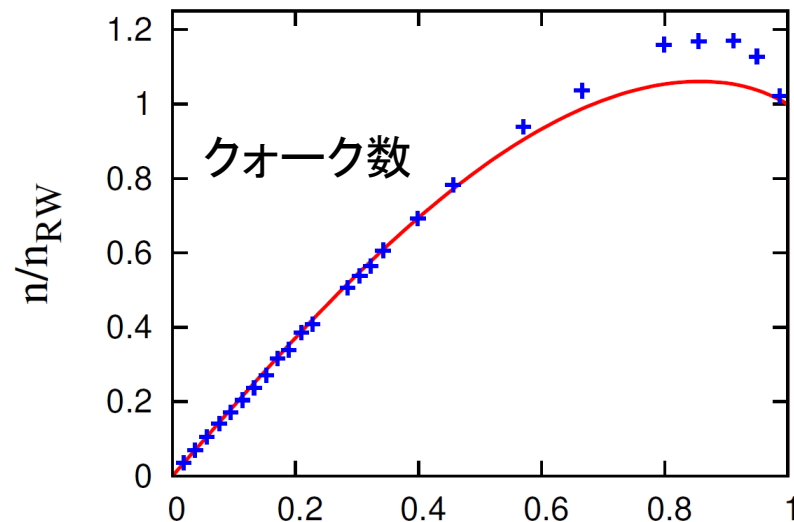
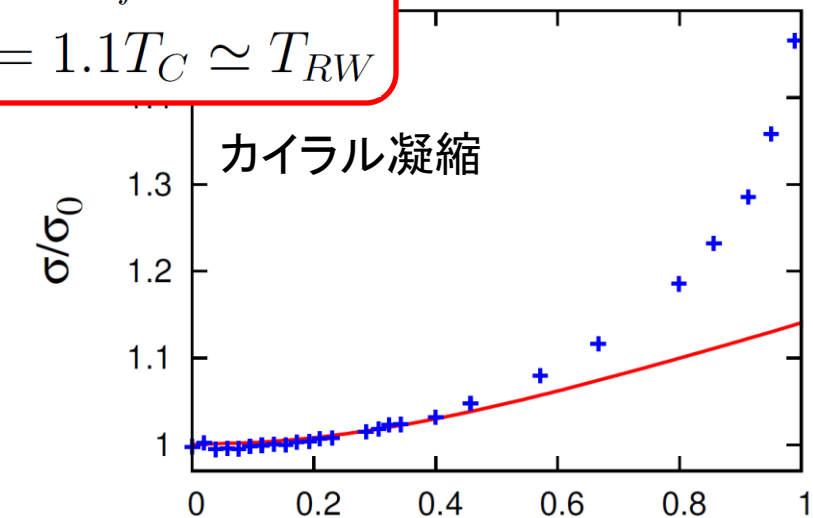


PNJL vs LQCD

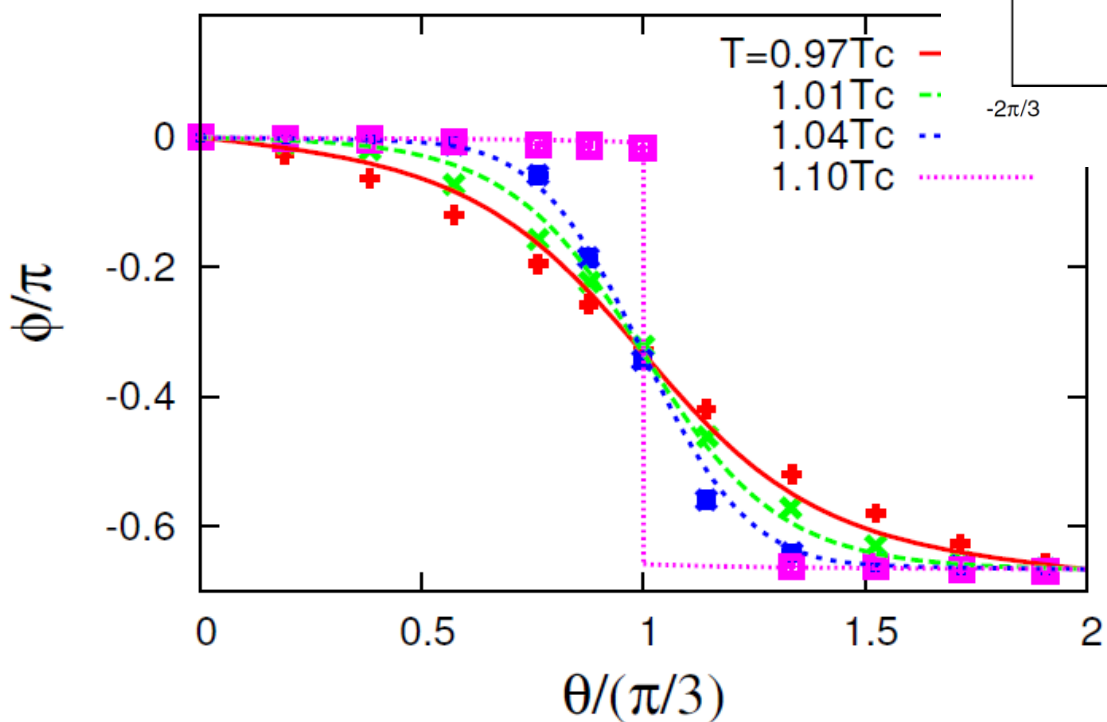
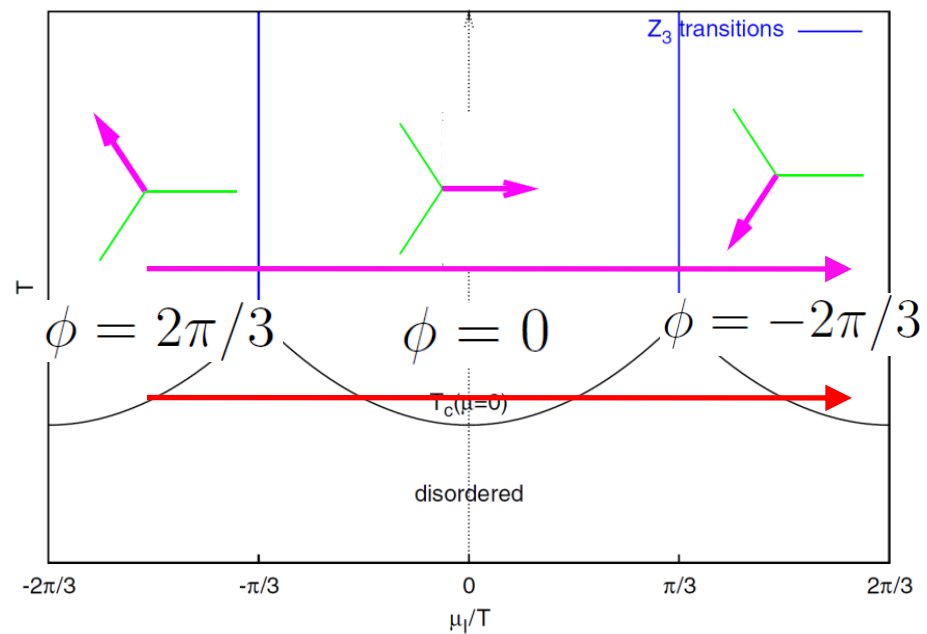
$$N_f = 4$$

$$T = 1.1T_C \simeq T_{RW}$$

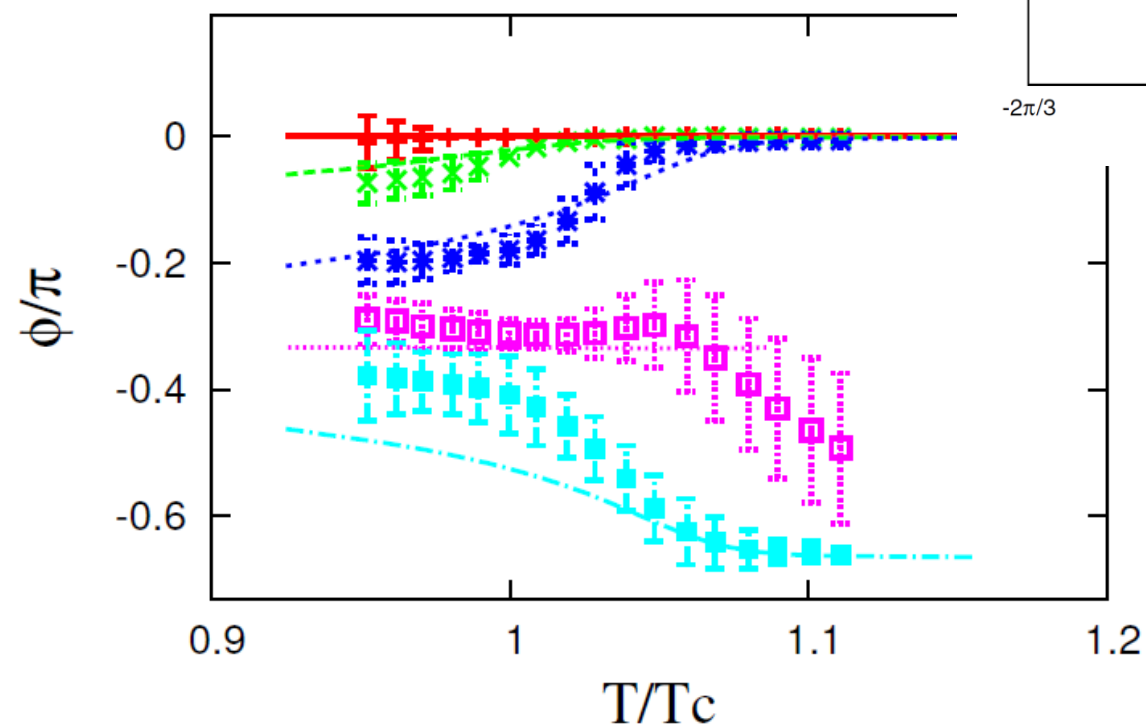
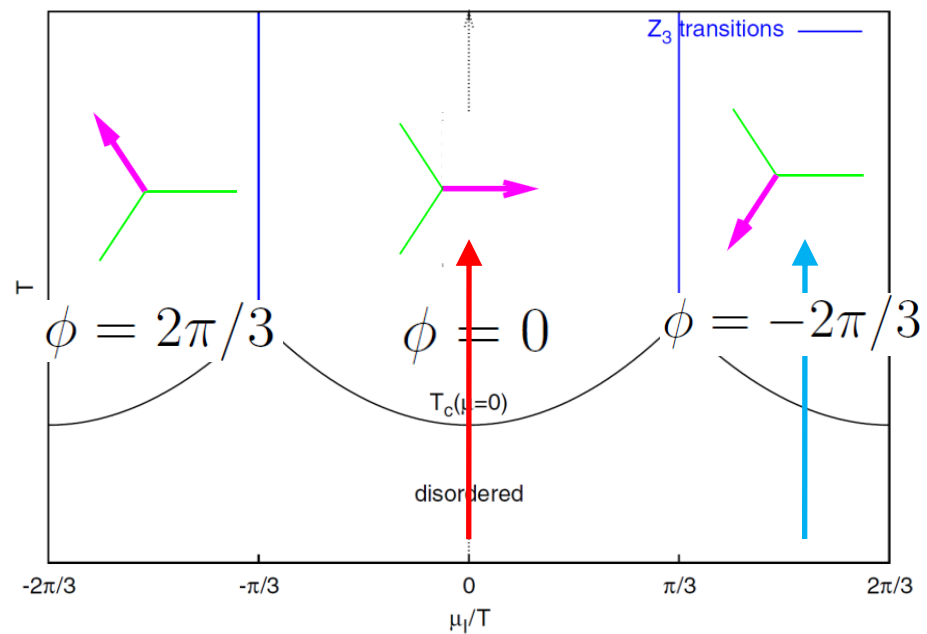
M. D'Elia et al. PRD76, 114509 (2007)



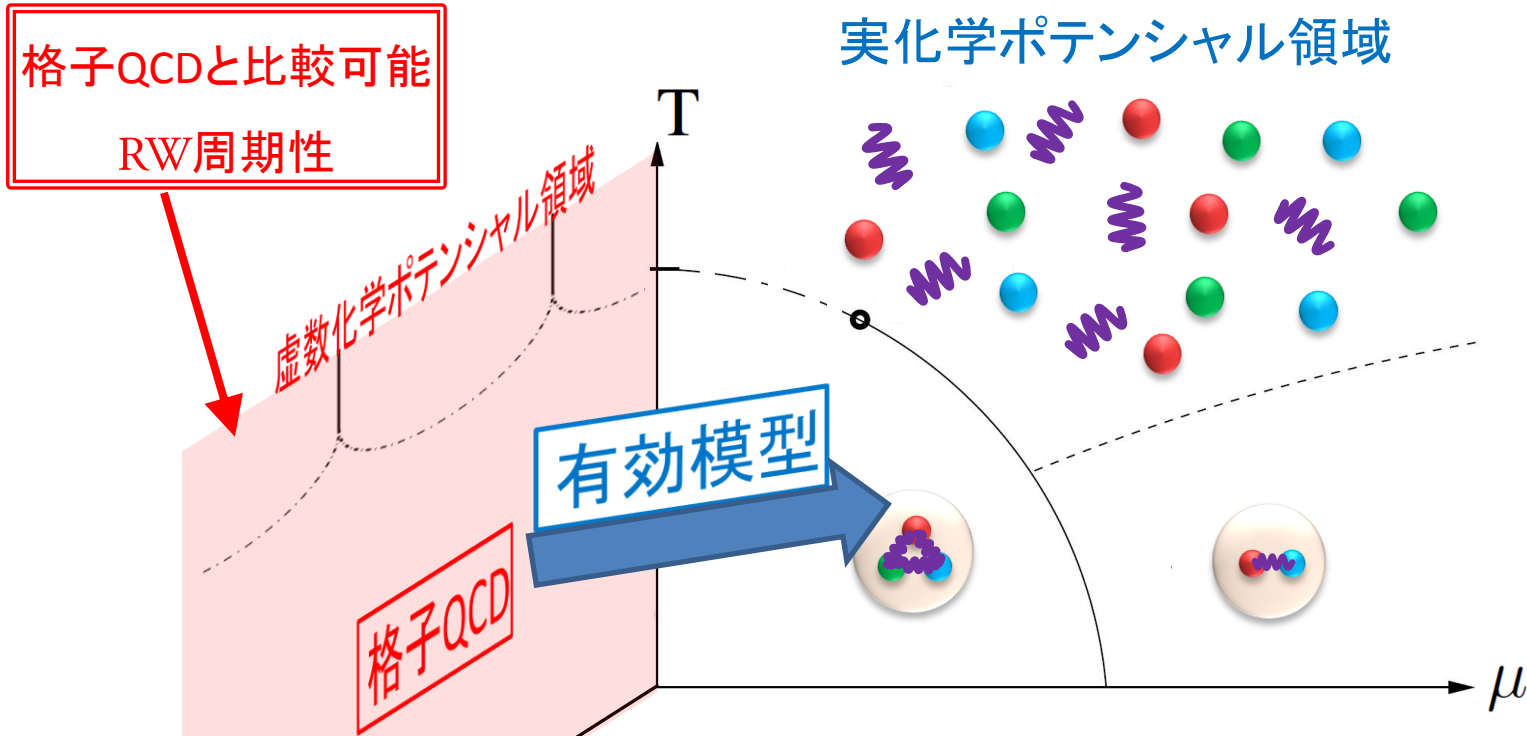
ポリヤコフ位相と Z_3 変換



ポリヤコフ位相と Z_3 変換



研究目標



1. 虚数 μ 領域で格子QCDを再現する有効模型の構築
Polyakov-NJL model
2. 格子QCDとの比較による有効模型の不定性の除去

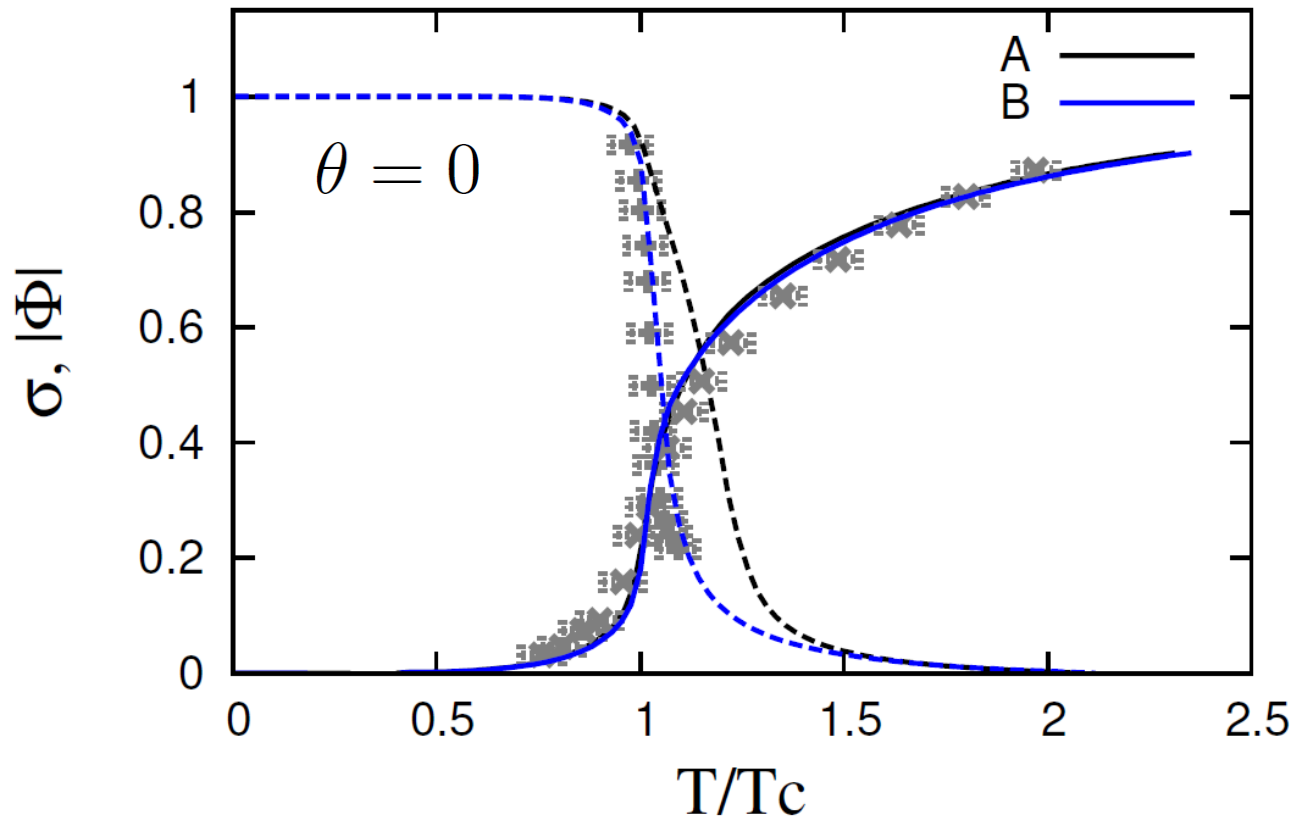
結合定数 (G_s, G_v)

パラメータの決定 (G_{s8})

$$\mathcal{L}^{\text{PNJL}}$$

$$+ G_{s8} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]^2$$

set	G_s	G_{s8}
A	5.498GeV^{-2}	0
B	4.761GeV^{-2}	403.89GeV^{-4}



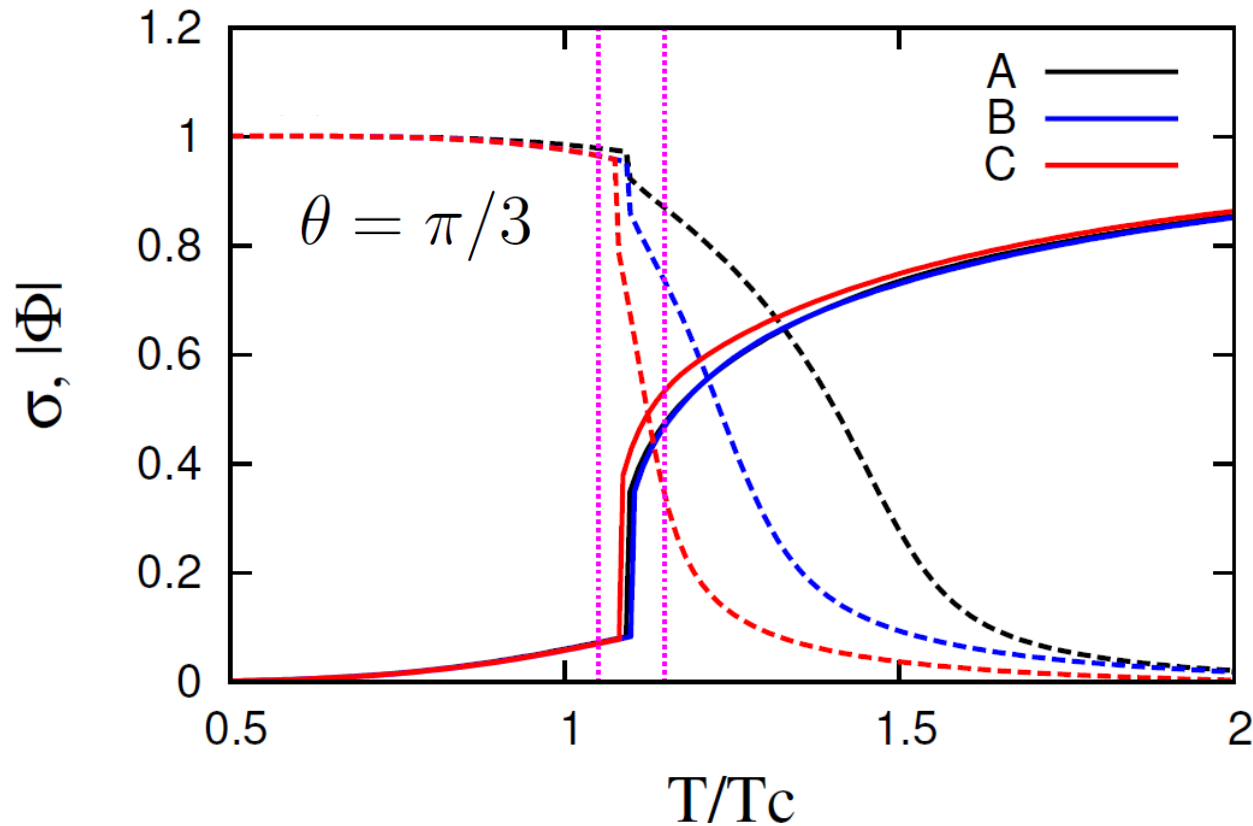
パラメータの決定 (G_V)

$$\mathcal{L}^{\text{PNJL}}$$

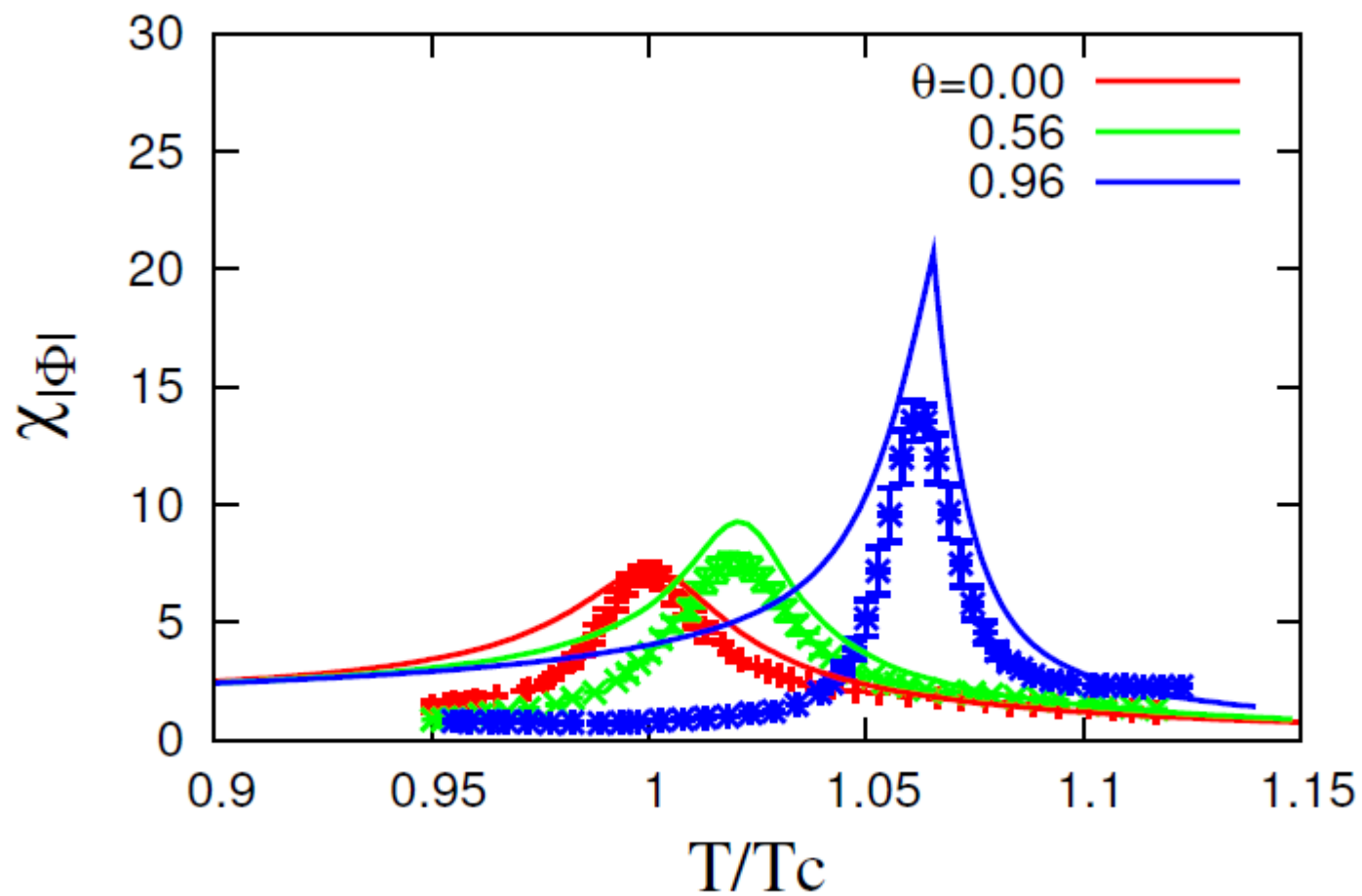
$$+ G_{s8} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]^2$$

$$- G_V (\bar{q}\gamma_\mu q)^2$$

set	G_s	G_{s8}	G_V
A	5.498GeV^{-2}	0	0
B	4.761GeV^{-2}	403.89GeV^{-4}	0
C	4.761GeV^{-2}	403.89GeV^{-4}	4.761GeV^{-2}



ポリヤコフ感受率



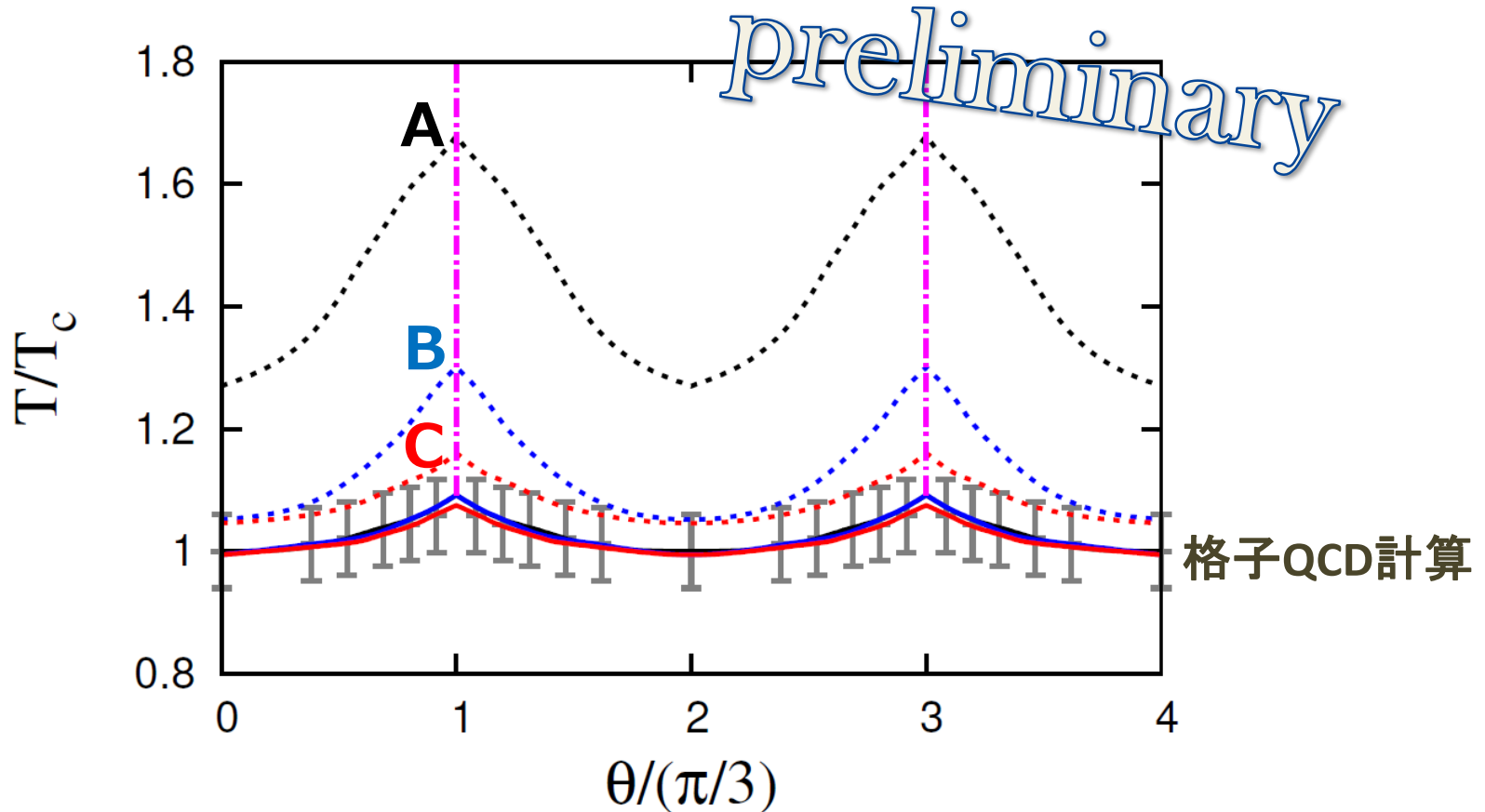
相図(虚数化学ポテンシャル)

$$\mathcal{L}^{\text{PNJL}}$$

$$+ G_{s8} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]^2$$

$$- G_v (\bar{q}\gamma_\mu q)^2$$

set	G_s	G_{s8}	G_v
A	5.498GeV^{-2}	0	0
B	4.761GeV^{-2}	403.89GeV^{-4}	0
C	4.761GeV^{-2}	403.89GeV^{-4}	4.761GeV^{-2}

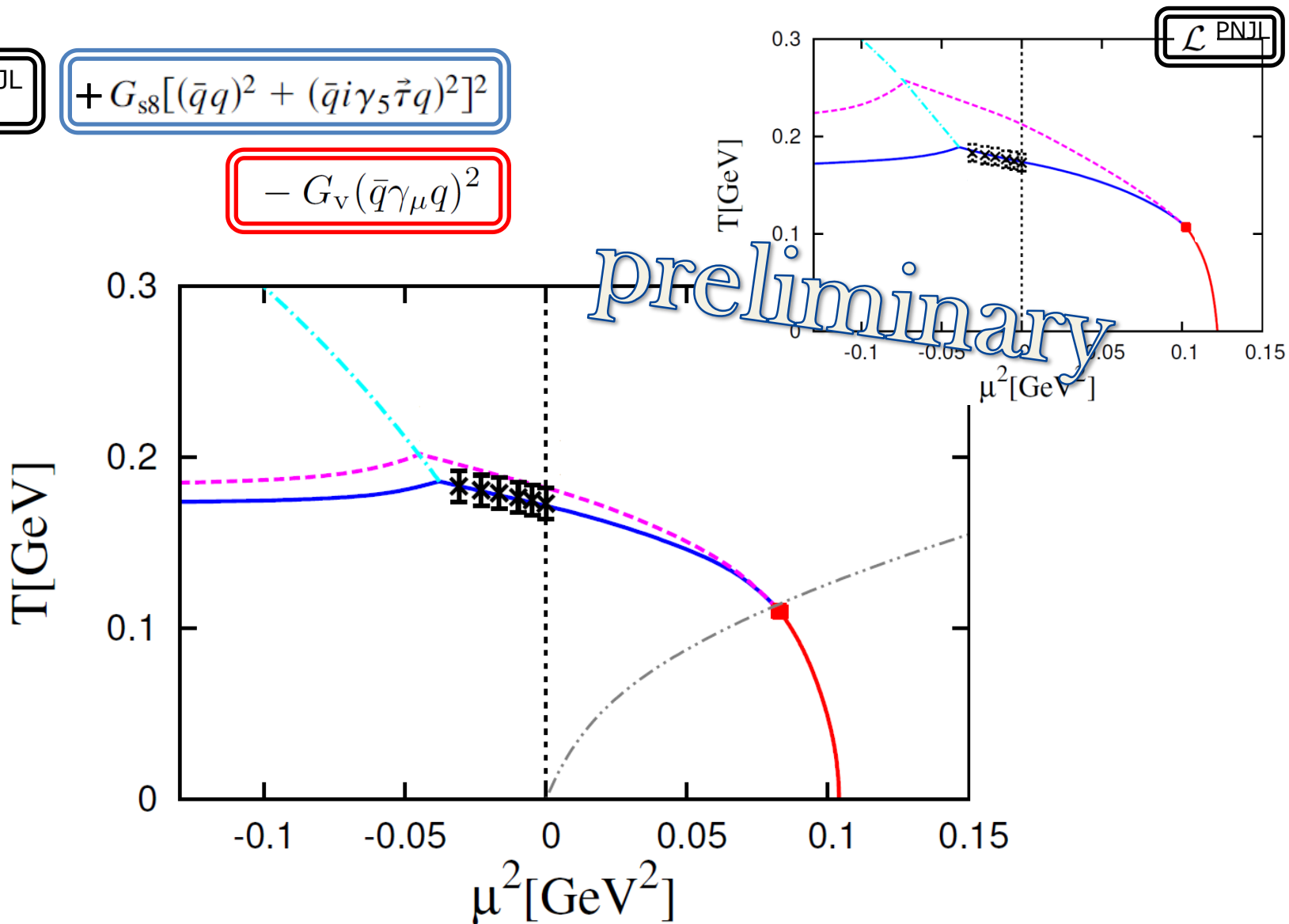


格子QCD計算に基づく相図

$$\mathcal{L}^{\text{PNJL}}$$

$$+ G_{s8} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2]^2$$

$$- G_v (\bar{q}\gamma_\mu q)^2$$



まとめ

PNJL模型を用いて虚数化学ポテンシャル領域を研究した。

PNJL模型は虚数化学ポテンシャル領域における格子QCD計算結果を定性的に再現する。

拡張された Z_3 対称性, RW周期性

虚数化学ポテンシャル領域で格子QCDと比較することで結合定数 (G_V, G_S) を決定できる。

QCD相図を模型の範囲内で決定した。

今後の目標

格子QCDとの定量的な比較を行い実化学ポテンシャル領域におけるQCD相図を描く。

THANK YOU FOR YOUR ATTENTIONS.

END.