Density Dependence of Transport Coefficients from Holographic Hydrodynamics

竹内 紳悟 (APCTP, **韓国**)

月岡 卓也 (〃)

柳 哲文 (〃)

松尾 善典 (〃)

Sang-Jin Sin (APCTP & Hanyang Univ. **韓国**)

arXiv:0806.4460 [hep-th]

arXiv:0901.xxxx [hep-th]

平成２０年１２月２６日　九大若手研究会「量子色力学の相構造研究の現状と展望」

0. イントロ

クォークーハドロン系の低温領域（強結合領域）を調べたい。

格子を用いた解析もあるが、今回は AdS/CFT対応を用いる。

$AdS_5 \times S^5$ 時空の 古典重力 ⟺ AdS/CFT 対応 ⟺ Large-N D=4 N=4 強結合な超対称ゲージ理論

これまでに行われてきた主な研究

- 01年に、Policastro – Son – Starinets は AdS/CFT 対応を用いて、D=4 N=4 有限温度系の超対称ゲージ理論の shear viscosty η を計算した。そして η/s が RHIC は実験結果と一致した。
- バリオン密度に対する化学ポテンシャルを入れたい。
- まずは、D=4 N=4 有限温度系の超対称ゲージ理論において、R-charge に対する化学ポテンシャルが導入された。
  [Mas '06] , [Son – Starinets '06] , [Maeda – Natsuume – Okamura '06]
- バリオン密度に対する化学ポテンシャルが入った模型は、次の研究で考案された。
  - $D3D7$ [Nakamura-Seo-Sin-Yogendran '06 , '07] , [Kobayashi-Matcos-Matsuura-Myers-Thomson '06]
  - $D4D8\overline{D8}$ [Kim-Sin '06] , [Horigome-Tanii '07]

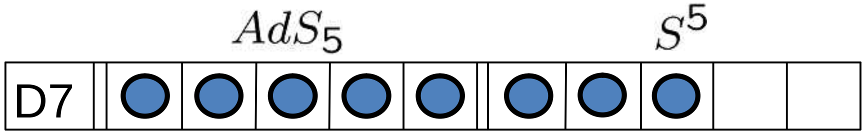
本研究で考える古典重力理論

$D3D7$ を用いて、バリオン密度に対する化学ポテンシャルが入った有限温度系ゲージ理論に双対な古典重力理論を考える。そしてゲージ理論の流体としての振る舞いを調べる。

目次

D3-D7 系、その枠組みでの化学ポテンシャル

- N_c 枚のD3-ブレーンの低エネルギー近似、near-horizon limit から $AdS_5 \times S^5$ 背景時空が得られる。 ⇒ D=4 N=4 large – N_c SYM (no fundamental quark)
- N_f 枚の D7-ブレーンを probe として導入 (*flavor brane)*



最初にあった S^5 上の SO(6) が、SO(3)へ。

この時ゲージ理論側も、$SU_R(4)$ が $SU_R(2)$。
すなわち N が 4 から 2 へ。

N_f枚のD7-ブレーン

U(N_f) = U(1) x SU(N_f) ⇒ SU(N_f)（フレーバー対称性）D=4 N=2 Large–N_cSYM with fundamental quark

↑
AdS_5 空間の原点

U(1) 対称性 ⇒ ゲージ理論側の $U_B(1)$ 対称性

U(1) チャージ ⇒ ゲージ理論側のバリオン密度

- D7-ブレーンを AdS_5 空間の原点に置く。その結果、r = 0 から ∞ まで満たす。
  そして S^5 空間を無視する。 (*bulk filling brane*)
  このとき背景時空は、電荷を持った5d AdS ブラックホール 。
  5d Reissner-Nordström-AdS background
- $\int_{r_H}^{\infty} dr F_{rt} = A_t(\infty)$ ⇒ $\mu = A_t(\infty)$ (*holograhic chemical potential*)

  ゲージ不変量
  (今は、static gauge)

[Nakamura, Sin, …]

本研究で考える双対な場の理論は、バリオン密度に対する化学ポテンシャルを持った有限温度系のD=4 N=2 SYM 。

セットアップ

背景時空： 5d Reissner-Nordström-AdS background

$$S[g_{mn},\mathcal{A}_m]=\frac{1}{2\kappa^2}\int d^5x\sqrt{-g}(R-2\Lambda)-\frac{1}{4e^2}\int d^5x\sqrt{-g}\mathcal{F}_{mn}\mathcal{F}^{mn}+\underline{\frac{1}{8\pi\kappa^2}\int_{\partial\mathcal{M}}\sqrt{-\gamma}\Theta}+\underline{\frac{1}{8\pi\kappa^2}\int_{\partial\mathcal{M}_r}L_{ct}}$$

$(m,n=t,x,y,z,r)$ [Balasubramanian – Kraus '99] Gibbons-Hawking項 counter 項

背景時空の古典的揺らぎを考え、その流体としての振る舞いを解析する。

摂動

$$g_{mn}\equiv g^{(0)}_{mn}+h_{mn},\quad g^{(0)}_{mn},\ \mathcal{A}^{(0)}_m$$ は背景場。

$$\mathcal{A}_m\equiv\mathcal{A}^{(0)}_m+A_m,$$

摂動部分は、運動方程式を1次のオーダーで満たしていて、背景場の古典的な小さな揺らぎを表す。(*quasinormal mode*)

ゲージ固定条件 $h_{rm}(x)=0\quad A_r(x)=0$ 4次元時空の自由度を残す

フーリエ展開

$$h_{\mu\nu}(t,z,r)=\int dk d\omega\ e^{-i\omega t+ikz}h_{\mu\nu}(\omega,k,r),\qquad(\mu,\nu=t,x,y,z)$$

$$A_\mu(t,z,r)=\int dk d\omega\ e^{-i\omega t+ikz}A_\mu(\omega,k,r),$$

運動量を z-方向へ向けた。

摂動は x-y 平面上のO(2)対称性の元で3つに分離

$$\begin{pmatrix}h_{xx}&h_{xy}\\h_{yx}&h_{yy}\end{pmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}G&0\\0&G\end{pmatrix}}_{\text{スカラー型}}+\underbrace{\begin{pmatrix}H&h_{xy}\\h_{yx}&-H\end{pmatrix}}_{\text{テンソル型}}$$

$$S=S_V+S_T+S_S$$

$G=(h_{xx}+h_{yy})/2$

$H=(h_{xx}-h_{yy})/2$

ベクトル型： $h_{xt}\neq0,\ h_{xz}\neq0,\ (\text{others})=0$

テンソル型： $h_{xy}\neq0,\ h_{xx}=-h_{yy}\neq0,\ (\text{others})=0$

スカラー型： $h_{tt}\neq0,\ h_{zz}\neq0,\ h_{tz}\neq0,\ h_{xx}=h_{yy},\ (\text{others})=0$

流体近似 $\omega,k\ll1$ 流体としての振る舞いを見る。

結果

ベクトル型摂動における結果 - 散乱定数

ゲージ理論側の求めたい結果

$$G_{\mu\nu\ \rho\sigma}(k) = -i\int \mathrm{d}^4x\ \mathrm{e}^{-ikx}\theta(t)\langle[T_{\mu\nu}(x),\ T_{\rho\sigma}(0)]\rangle \sim \frac{1}{i\omega - \underline{D}k^2}$$

$\boxed{\text{散乱定数}}$

重力側のon-shell作用

$$S_{\text{gravity}} \sim \int \mathrm{d}^4k \Big\{ h_t^x(-k,r) G_{xt\ xt}(\omega,k) h_t^x(k,r)\cdots \Big\}\Big|_{r=r_H}^{\infty}$$

$$\underline{G_{xt\ xt}(\omega,k)\Big|_{r=\infty}} \sim \frac{k^2}{i\omega - Dk^2} \qquad D = \frac{b}{2(1+a)} = \frac{1}{4}\Big(\frac{m^{5/3}}{3q^2}(1+2\cos(\frac{\theta}{3}+\frac{4}{3}\pi))\Big)^{-\frac{3}{2}},$$

他の結果も同様

$$\left\langle \mathrm{e}^{i\int \phi_0 \mathcal{O}} \right\rangle_{\text{YM}} = \mathrm{e}^{iS_{\text{gravity}}[\phi_0]}$$

GKP / W **等価式** (AdS/CFT**対応**)

$$G_{\mu\nu\ \rho\sigma}(k)$$

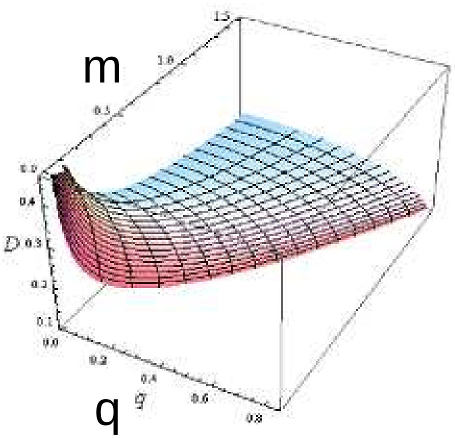
$$D \to D_0 = \frac{1}{4\pi T_0}$$

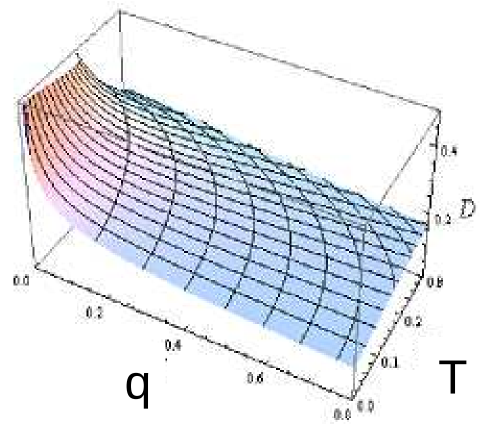
$$(q \to 0)$$

拡散し易い

$\uparrow$ D

拡散し辛い





久保公式 (ゲージ理論側)

$$\eta = -\lim_{\omega \to 0} \frac{\mathrm{Im}(G(\omega,0))}{\omega} = \frac{l^3}{16\kappa^2 b^3}$$

重力側のon-shell作用

$$S_{\mathrm{gravity}} \sim \int \mathrm{d}^4 k \left\{ h^x_y(-k,u) G_{xy\ xy}(\omega,k) h^x_y(k,u) \cdots \right\}\Big|^{\infty}_{r=r_H}$$

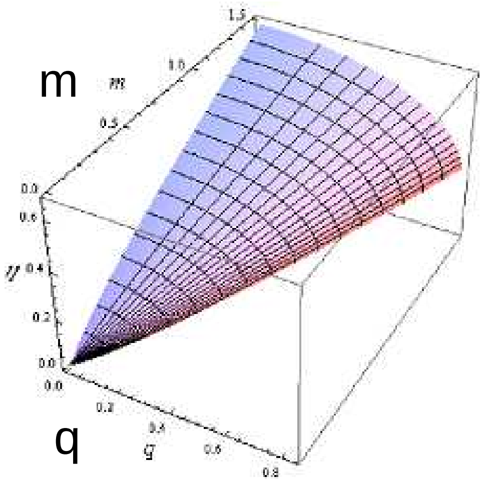
$$\left\langle \mathrm{e}^{i\int \phi_0 \mathcal{O}} \right\rangle_{\mathrm{YM}} = \mathrm{e}^{iS_{\mathrm{gravity}}[\phi_0]}$$ GKP / W 等価式 (AdS/CFT対応)

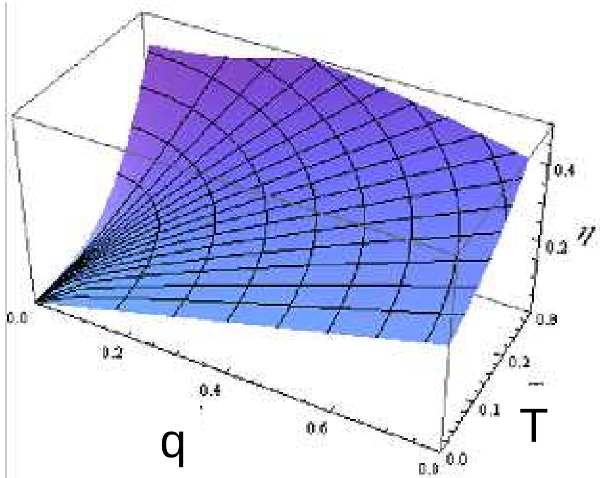
粘性 $$\eta = \frac{l^3}{16\kappa^2 b^3} \qquad \therefore\ \frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi}$$ (***普遍的な結果***)

ドロドロ

↑ η

サラサラ





スカラー型摂動における結果 - 音速

ゲージ理論側

$$G^{\mu\nu\lambda\rho}(\omega, q) = -i\int \mathrm{d}^4x\ \mathrm{e}^{-ikx}\theta(t)\langle[T^{\mu\nu}(x),\ T^{\lambda\rho}(0)]\rangle = \frac{1}{3\omega^2 - k^2}P^{\mu\nu\lambda\rho}(\omega, q)$$

$$v_c = 1/\sqrt{3}$$

重力側のon-shell作用

$$S_{\mathrm{gravity}} \sim \int \mathrm{d}^4k\left\{h_t^x(-k,u)G_{xt\ xt}(\omega,k)h_t^x(k,u)\cdots\right\}\Big|_{r=r_H}^{\infty}$$

$$G_{xt\ xt}(\omega,k)\Big|_{r=\infty} \sim \frac{1}{k^2 - 3\omega^2}$$ 他の結果も同様

$$\left\langle \mathrm{e}^{i\int \phi_0 \mathcal{O}}\right\rangle_{\mathrm{YM}} = \mathrm{e}^{iS_{\mathrm{gravity}}[\phi_0]},$$ GKP / W 等価式 (AdS/CFT対応)

$$\boxed{v_c = 1/\sqrt{3}}$$

まとめと展望

重力側として 5d Reissner-Nordström-AdS background を考えた。
作用には、カウンター項 及び Gibbons-Hawking 項 を含めた。

境界におけるゲージ場を、ゲージ理論側のバリオン密度に
対する化学ポテンシャルとみなした。 $A_0(\infty) = \mu$

そうすることで双対な場の理論は、バリオン密度に対する化学ポテンシャルが
入った有限温度系のD=4 N=2 超対称ゲージ理論となった。

そして背景場の古典的摂動の2点相関関数を、流体近似の範囲で計算した。
(quasinormal mode) $(\omega, k \ll 1)$

このことは、双対な場の理論の流体としてのエネルギー運動量テンソルや
バリオンカレントの2点相関関数を、強結合領域で計算したことになる。

その結果、場の理論の流体としての散乱定数や粘性の化学ポテンシャル依存性
及び 温度、質量への依存性を求めた。また音速も重力の計算から再現した。

展望としては、2+1次元の超伝導の性質の理解を目指し、
4d Reissner-Nordström-AdS background を考えたい。