

The Dual Superconductor Picture of Color Confinement in Gluodynamics

石黒克也

(高知大学総合情報センター&理研)

共同研究者

鈴木恒雄、関戸暢、長谷川将康

(金沢大学&理研)

駒佳明

(沼津高専)

2008年12月26日 九大若手研究会
「量子色力学の相構造研究の現状と展望」

Color confinement mechanism in QCD

- 30年以上未解決の重要問題
- Clay数学研究所ミレニアム賞問題の一つ
- QCDの持つ非摂動性のため、解析的理解が困難
- 一つの有望なシナリオが

QCD真空の双対超伝導体描像

- 格子QCDを用いて、上記描像を検証

■ クォーク閉じ込め機構の双対超伝導体描像

通常の超伝導体

Cooper対(電子対)が凝縮



磁束が絞られる
(Meissner効果)



Cooper pair condensate

双対超伝導体

磁気単極子(モノポール)が凝縮



電場が絞られる
(双対Meissner効果)



クォーク閉じ込め



Monopole condensate

Abelian projection

- Monopoleはどこにあるのか？
- 't Hooftのアイデア ('81)

Monopoles appear as a topological object when we perform a partial gauge-fixing keeping maximal Abelian torus group. (**Abelian projection**) If monopoles condense, confinement is explained.

- 部分的ゲージ固定
- $SU(N) \Rightarrow [U(1)]^N$ (最大可換部分群)
 - $SU(3) \Rightarrow U(1) \times U(1)$
 - $SU(2) \Rightarrow U(1)$
- 非可換理論 \Rightarrow 可換理論 + monopole

- QCDを第一原理として、数値的に計算
- 非摂動効果を取り入れることが可能
- 計算機の高速化 → より精密な計算が可能に

- 研究目的
 - **双対超伝導体描像の確認**
 - 赤外有効理論の構築
 - QCDの非摂動的性質の理解
 - 有限温度相転移機構について

quenched SU(2) QCD (SU(2) gluodynamics)

■ Wilson action

$$S = \beta \sum_{s, \mu > \nu} P_{\mu\nu}(s)$$

$$P_{\mu\nu}(s) = \frac{1}{4} \text{Tr} \left[1 - U_{\mu}(s) U_{\nu}(s + \hat{\mu}) U_{\mu}^{\dagger}(s + \hat{\nu}) U_{\nu}^{\dagger}(s) \right] + h.c.$$

$P_{\mu\nu}(s)$: Plaquette

$U_{\mu}(s)$: SU(2) matrix

□ Vacuum ensembles $\{U_{\mu}\}$ をモンテ・カルロ法により生成

$$U_{\mu}(s) = U_{\mu}^0(s) + i\vec{\sigma} \cdot \vec{U}_{\mu}(s)$$

Gauge-fixing and Abelian Projection

■ ゲージ固定

□ Operator $X(s) = X(U_\mu(s))$ を対角化

■ Abelian成分の分離

$$U_\mu(s) = C_\mu(s)u_\mu(s)$$

Abelian component

$$u_\mu(s) = \begin{pmatrix} e^{i\theta_\mu(s)} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_\mu(s)} \end{pmatrix}, \theta_\mu(s) = \arctan \left(\frac{U_\mu^3(s)}{U_\mu^0(s)} \right)$$

Definition of monopole

- 格子上的monopoleの定義
- DeGrand-Toussaint monopole ('80)

Abelian field strength

$$\theta_{\mu\nu}(s) = \theta_{\mu}(s) + \theta_{\nu}(s + \hat{\mu}) - \theta_{\mu}(s + \hat{\nu}) - \theta_{\nu}(s)$$
$$(-4\pi < \theta_{\mu\nu}(s) \leq 4\pi)$$

再定義

$$\theta_{\mu\nu}(s) \equiv \bar{\theta}_{\mu\nu}(s) + 2\pi \underline{n_{\mu\nu}}(s) \quad (-\pi < \bar{\theta}_{\mu\nu}(s) \leq \pi)$$

Dirac string

Monopole current

$$k_{\mu}(s) = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_{\nu} n_{\rho\sigma}(s + \hat{\mu}), \quad \partial'_{\mu} k_{\mu}(s) = 0$$

Wilson loop and Polyakov loop

■ 閉じ込めに関連する代表的な演算子

□ Wilson loop

- クォーク・反クォーク対が静的に時間発展
- 閉じ込め相で面積則を示す
- 線形ポテンシャル
- String tension

□ Polyakov loop

- 単体のクォークが静的に時間発展し、周期境界条件によりループをなしたもの
- 有限温度系における閉じ込め・非閉じ込め相転移のオーダーパラメータ

これらの演算子からAbelian成分およびmonopole成分を抜き出す

Gauge-fixing (MA gauge)

■ Maximally Abelian gauge

[Kronfeld et. al. '87]

次の量を最大化

$$R = \text{Tr} \sum_{s, \mu} [U_\mu(s) \sigma_3 U_\mu^\dagger(s + \hat{\mu}) \sigma_3]$$

次の量に対角化することと同等

$$X(s) = \sum_{\mu} [U_\mu(s) \sigma_3 U_\mu^\dagger(s) + U_\mu^\dagger(s - \hat{\mu}) \sigma_3 U_\mu(s - \hat{\mu})]$$

行列 U_μ の対角成分を最大化することを意味する

このゲージを用いた多くの数値シミュレーションが双対超伝導体描像を支持 ('87 Kronfeld et al, '90 Suzuki et al, '03 Koma et al. and references, '05 Di Giacomo and ref. therein.)

Abelian dominance and monopole dominance

■ Ezawa-Iwazaki ('82)

- QCDの赤外領域ではAbelian成分が重要と仮定

■ Suzuki-Yotsuyanagi ('90)

- string tensionに対するAbelian dominanceを格子QCDを用いて確認 (MA gauge)

$$\langle \sigma_{non-Abelian} \rangle \sim \langle \sigma_{Abelian} \rangle$$

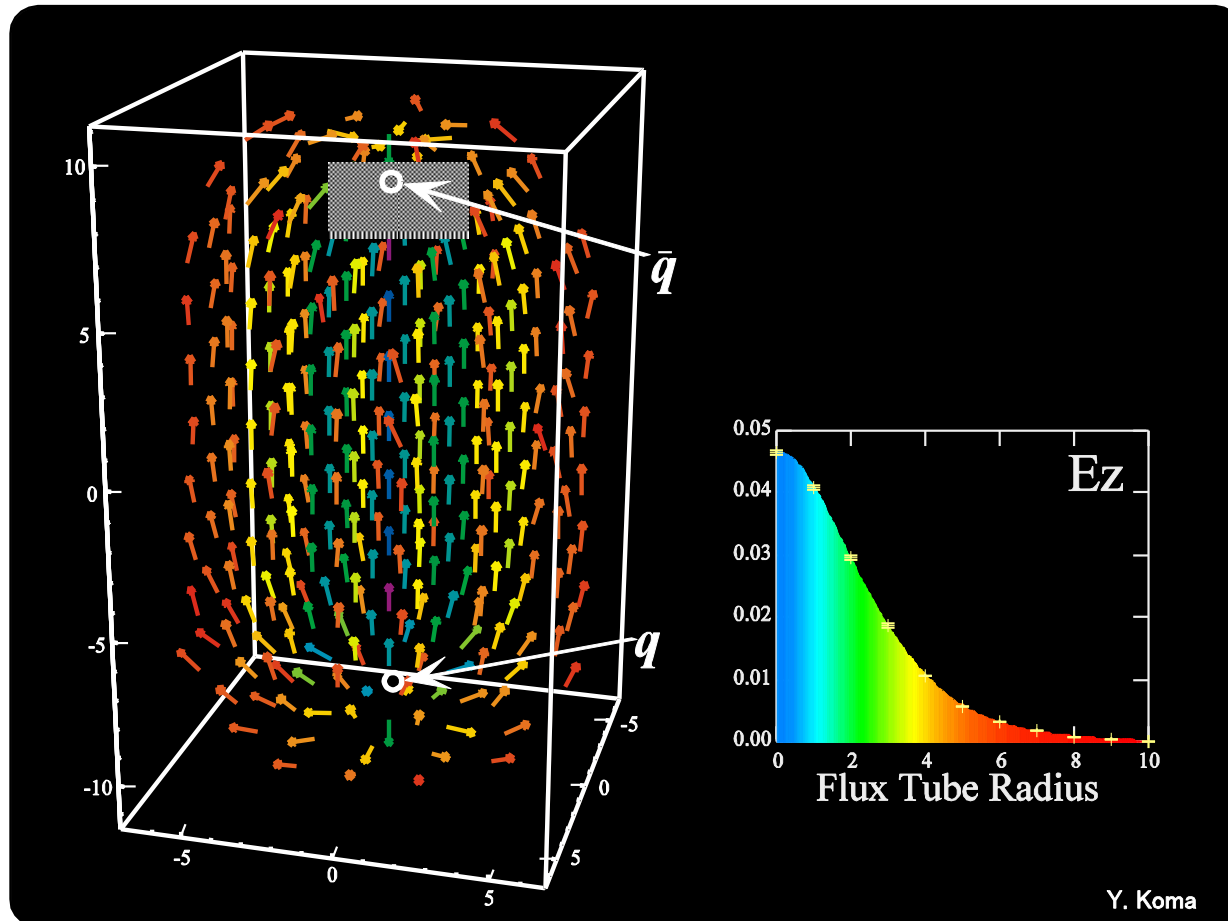
■ Shiba-Suzuki ('94)

- string tensionに対するmonopole dominanceを確認 (MA gauge)

$$\langle \sigma_{non-Abelian} \rangle \sim \langle \sigma_{monopole} \rangle$$

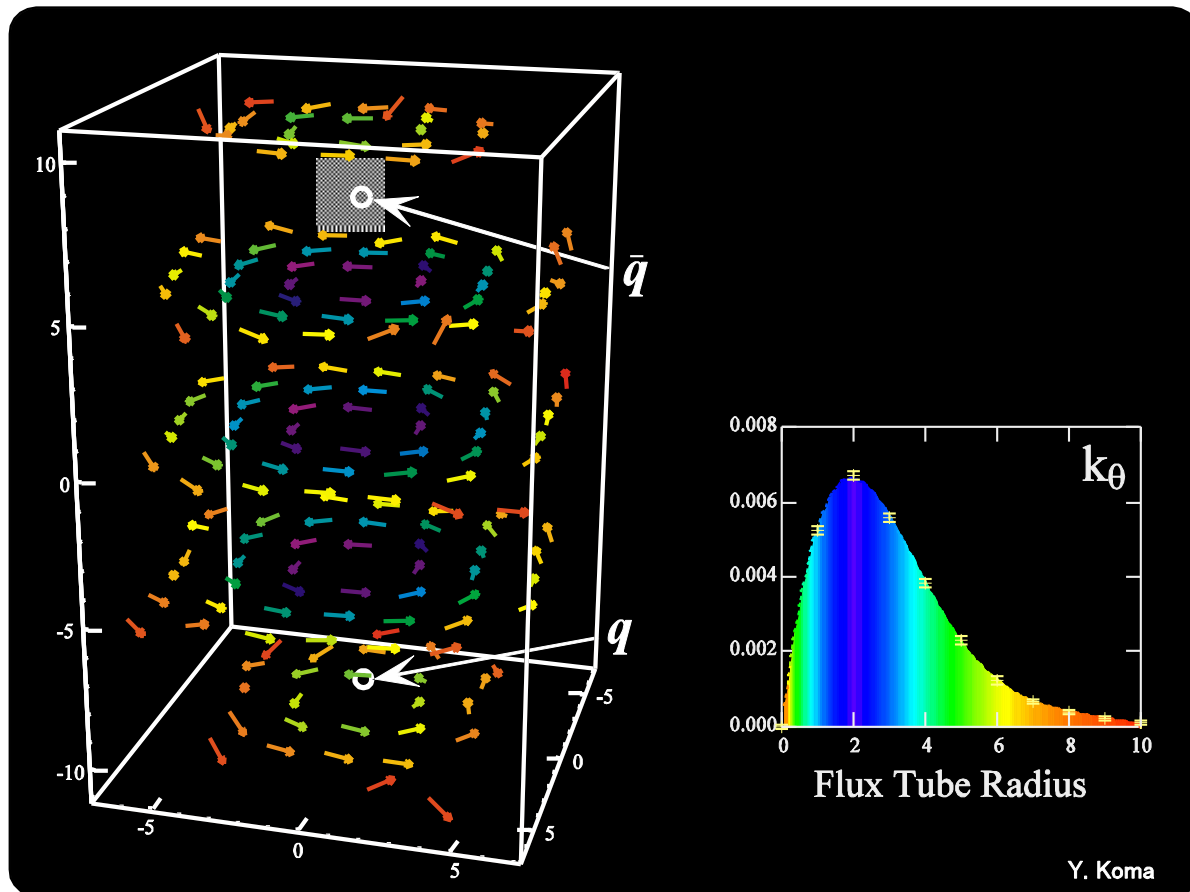
Dual Meissner picture

Electric field flux tube (MA gauge)



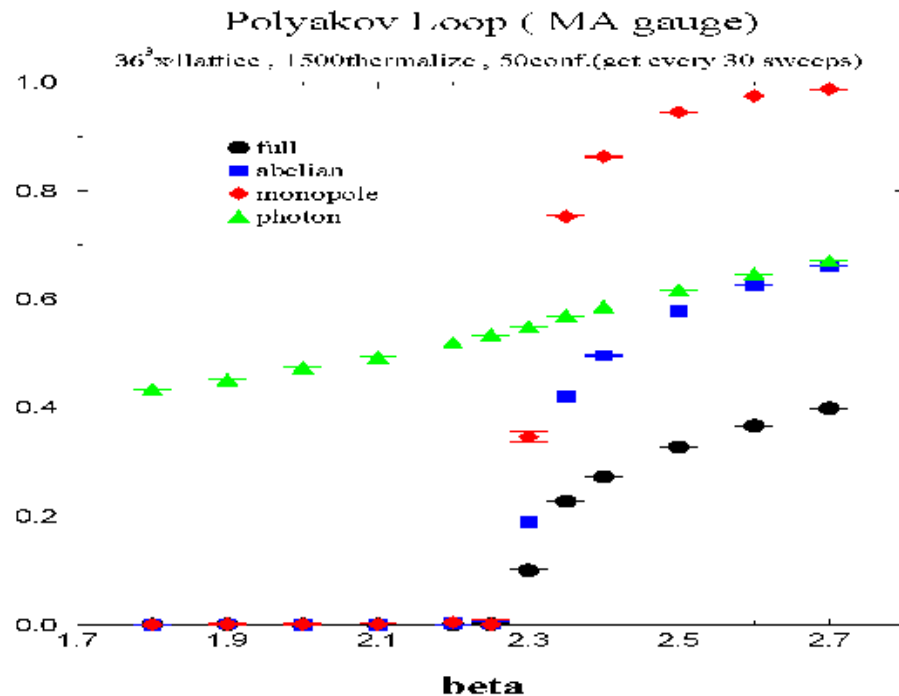
Dual Meissner picture

Monopole current distribution



Finite temperature

- 有限温度系でのAbelian dominance , monopole dominance
 - String tension
 - Spatial string tension
 - Critical exponents
 - Polyakov Loop



Gauge-dependence problem

■ ゲージ依存性の問題

- 1990年のAbelian dominance発見以来、悩まされてきた大問題。
- なぜMA gaugeを除く他のゲージ条件でAbelian dominanceやmonopole dominanceが観測出来ないのか？（ゲージ固定の方法は無限に存在）
- 物理量であるならば、ゲージに依存しないのではないのか？
- 双対超伝導体描像は万人を納得させる閉じ込め機構になり得ないのか？

Polyakov-Loop (PL) gauge

■ ゲージ固定

- Operator $X(s) = X(U_\mu(s))$ を対角化

$$V(s)X(s)V^\dagger(s) = \textit{diagonal}$$

■ PL gauge

$$X(s) = \prod_i U_4(s + i\hat{4})$$

- Singular pointが時間方向のみに沿って現れる。(’03 Chernodub)
- 時間方向のmonopoleのみが出現し、これはdual Meissner effectに寄与しない。

PL gauge problem

The dual Meissner effect in PL gauge

[Koma, Mori, Sekido, Suzuki and K.I. '07]

32⁴ lattice with improved Iwasaki action:

$$S = \beta \{ c_0 (1 \times 1 \text{ plaquette}) + c_1 (1 \times 2 \text{ rectangular}) \}$$

$$\beta = 1.2, \quad c_0 + 8c_1 = 1, \quad c_1 = -0.331$$

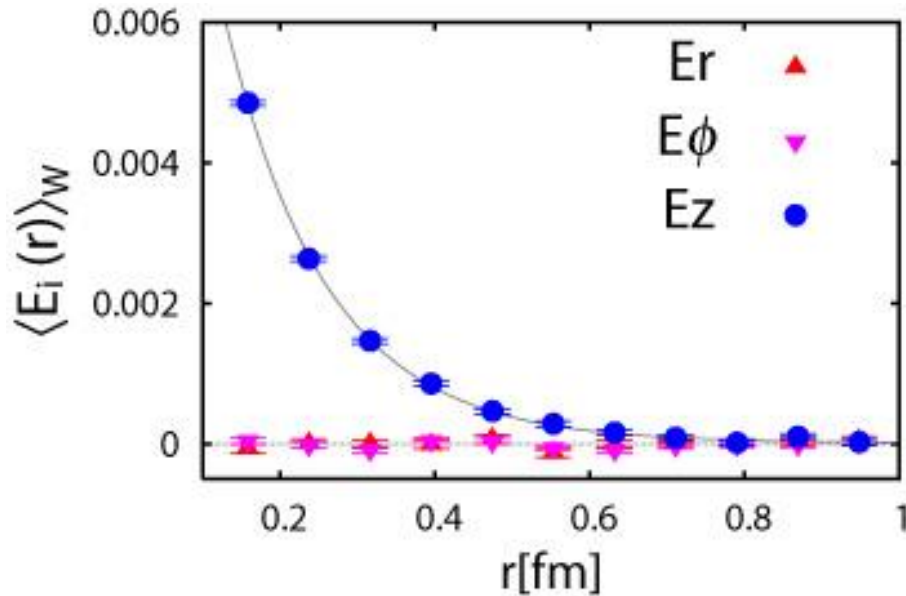
$$a(\beta) = 0.0792(2) \text{ fm}$$

4000 thermalized configurations (among 800,000 sweeps) for measurements.

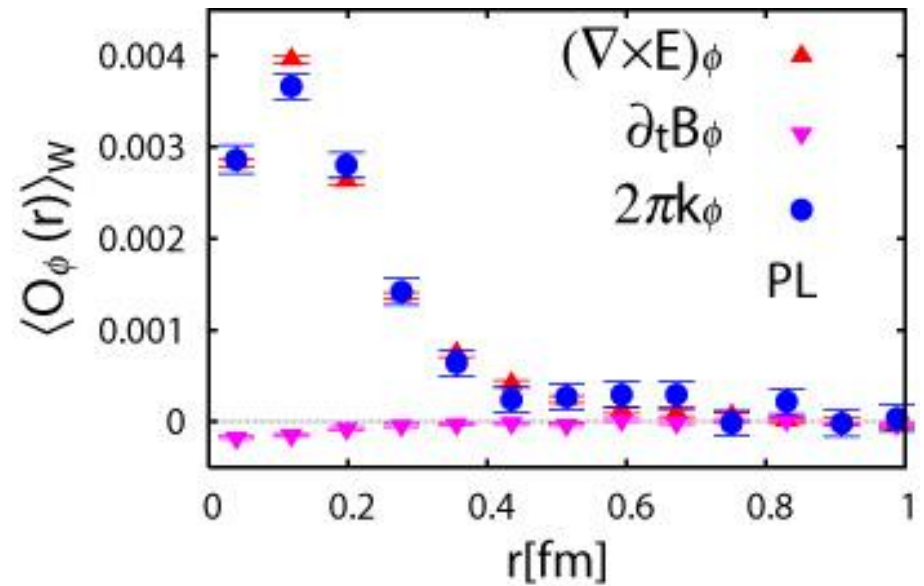
これまでにない大規模な計算を実行

The dual Meissner effect in PL gauge

Electric field



Solenoidal monopole currents



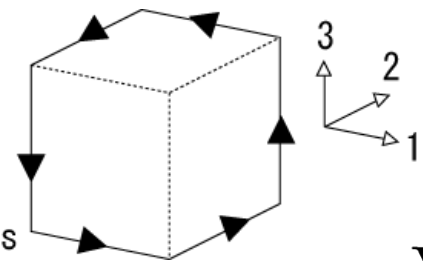
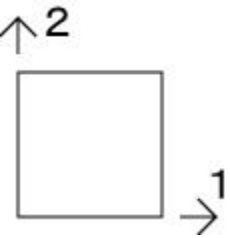
$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_A = \partial_4 \vec{B}_A + 2\pi \vec{k}$$

- Solenoidal monopole currentがelectric fieldを絞っている。
- Lattice monopoleは連続極限で't Hooftの定義とは一致しない可能性。

Other (local) unitary gauges

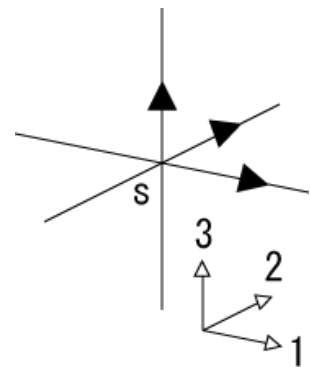
[Koma, Mori, Sekido, Suzuki and K.I. '07]

$$V(s)X(s)V^\dagger(s) = \text{diagonal}$$



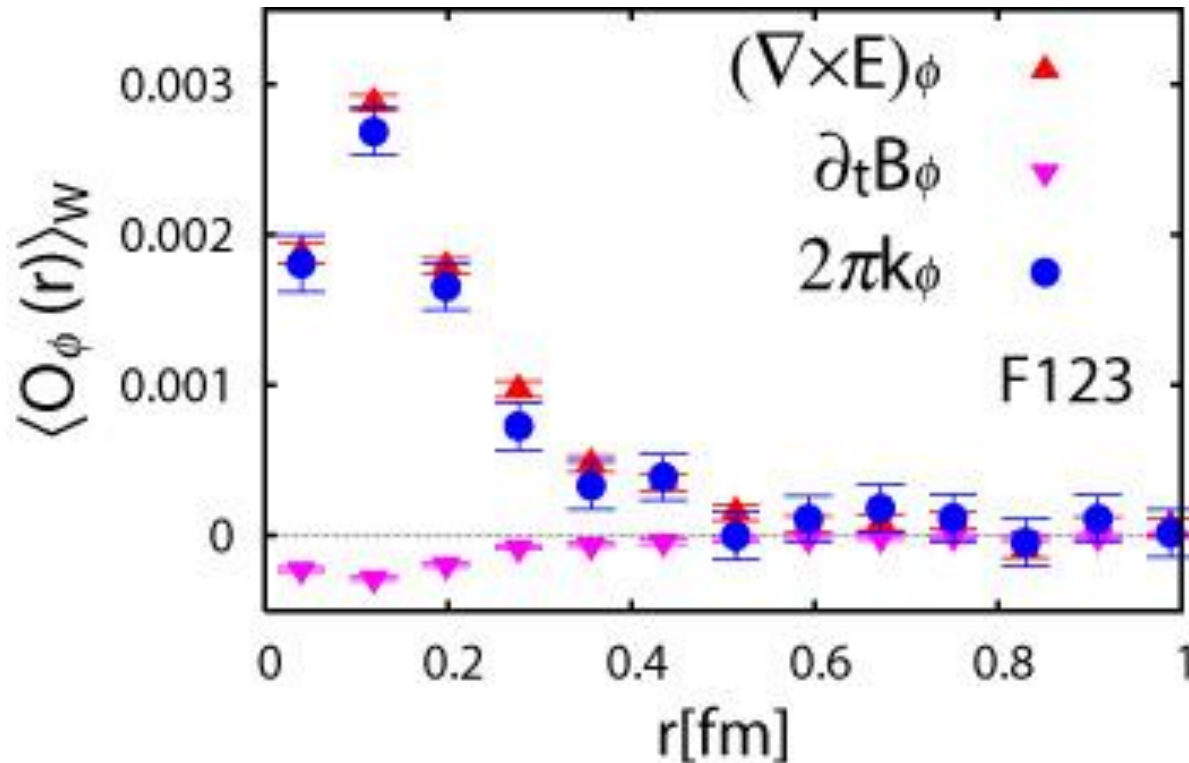
$$X_{F12}(s) = U_1(s)U_2(s + \hat{1})U_1^\dagger(s + \hat{2})U_2^\dagger(s)$$

$$X_{F123}(s) = U_1(s)U_2(s + \hat{1})U_3(s + \hat{1} + \hat{2})U_1^\dagger(s + \hat{2} + \hat{3})U_2^\dagger(s + \hat{3})U_3^\dagger(s)$$



$$X_{SPL}(s) = \sum_{\mu=1}^3 \prod_{i=1}^{N_s} U_\mu(s + (i-1)\hat{\mu})$$

The Dual Meissner effect in F123



Solenoidal monopole currents squeeze the electric fields as in MA. The dual Meissner effect due to monopoles is observed clearly.

How about Abelian and monopole dominances in other unitary gauges?

The expectation value of Abelian Wilson loop is very small and hence the static potential could not be derived reliably enough in F12 gauge.

(’89 Suzuki-Yotsuyanagi)

There are so many lattice-artifact monopoles and to show importance of monopoles was not easy.

(’02 Ito et al.)



Highly precise numerical simulations are necessary.

Numerical parameters

[Koma, Mori, Sekido, Suzuki and K.I. '07]

★ Parameters

24^4 $SU(2)$ Wilson action, quench

$\beta = 2.5, a \sim 0.082\text{fm}$

★ Machine

RIKEN-SX7

RCNP-SX8

Parameters for **multi level method** (Luscher and Weisz, '01)

number of sublattice = 6

sublattice size = 4

iteration of internal update = 80000

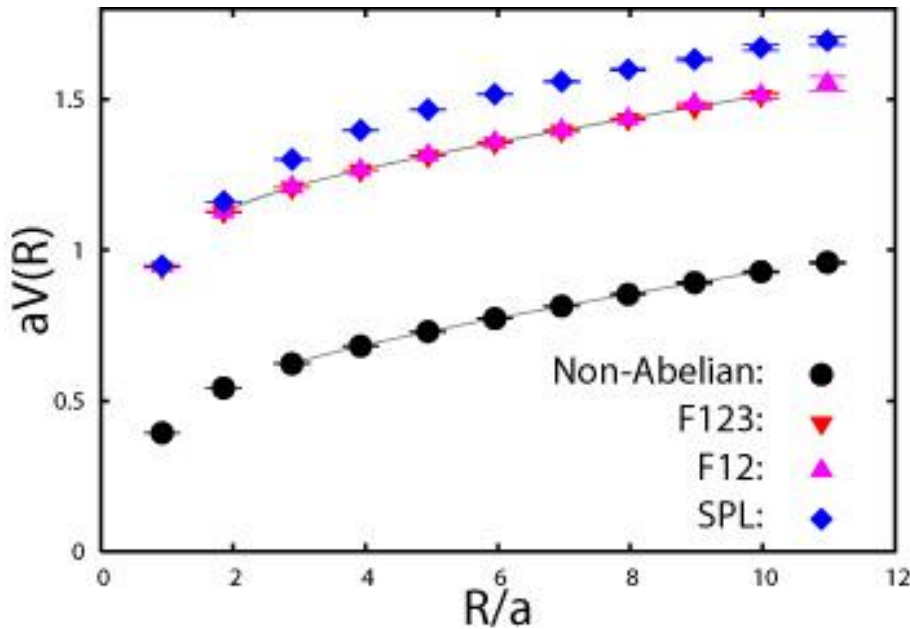
★ Operator

Abelian Polyakov loop correlation function

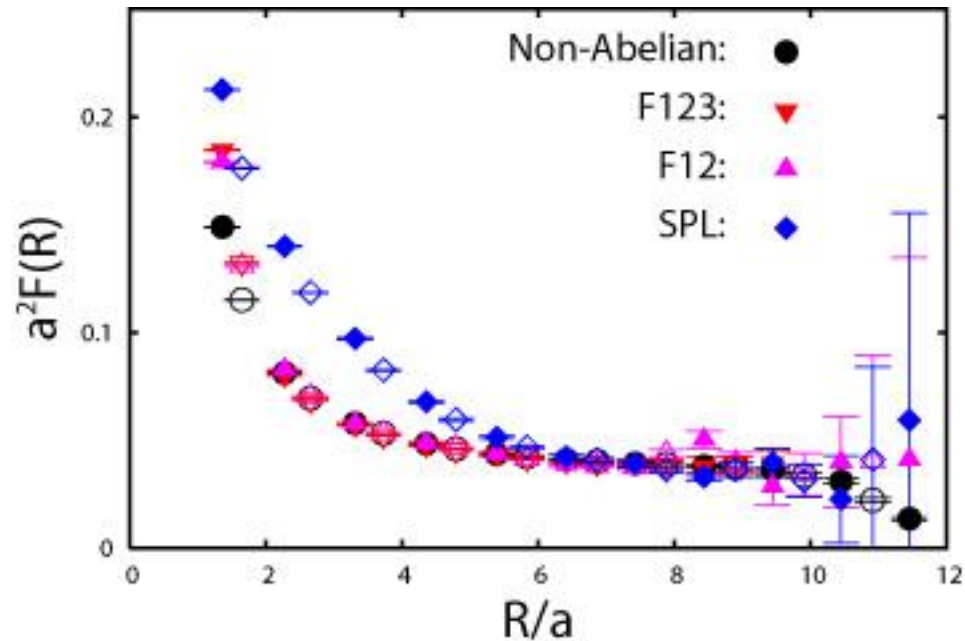
$$P_A(s) = \exp\left[i \sum_{i=0}^{N-1} \theta_4(\vec{s} + i\hat{4})\right].$$

Abelian static potential and force

Static potential



Force



$$V_{\text{fit}}(R) = \sigma R - c/R + \mu$$

	σa^2	c	μa	FR(R/a)	χ^2/N_{df}	N_{iupd}
NA	.0348(7)	.243(6)	0.607(4)	3 - 10	0.35	15000
F123	.0350(2)	.239(1)	1.187(1)	2 - 10	0.10	80000
F12	.0345(6)	.244(4)	1.192(3)	2 - 10	1.08	80000

Local unitary gaugeにおいてもAbelian dominanceが観測された！

Gauge-independence of Abelian confinement picture

- Abelian confinement pictureはMA gaugeのような non-local gaugeの場合でも、PL gaugeやF12 gaugeのようなlocal gaugeの場合にも成立している。



- しかし、gauge固定の仕方は無限に存在。
- Color confinementはgaugeの選び方に依存すべきではない。



- Abelian confinement pictureがgauge不変であることを見るため、gauge固定しない場合について考える。

Abelian dominance without gauge-fixing

[Koma, Mori, Sekido, Suzuki and K.I. '08]

24^4 lattice with Wilson action.

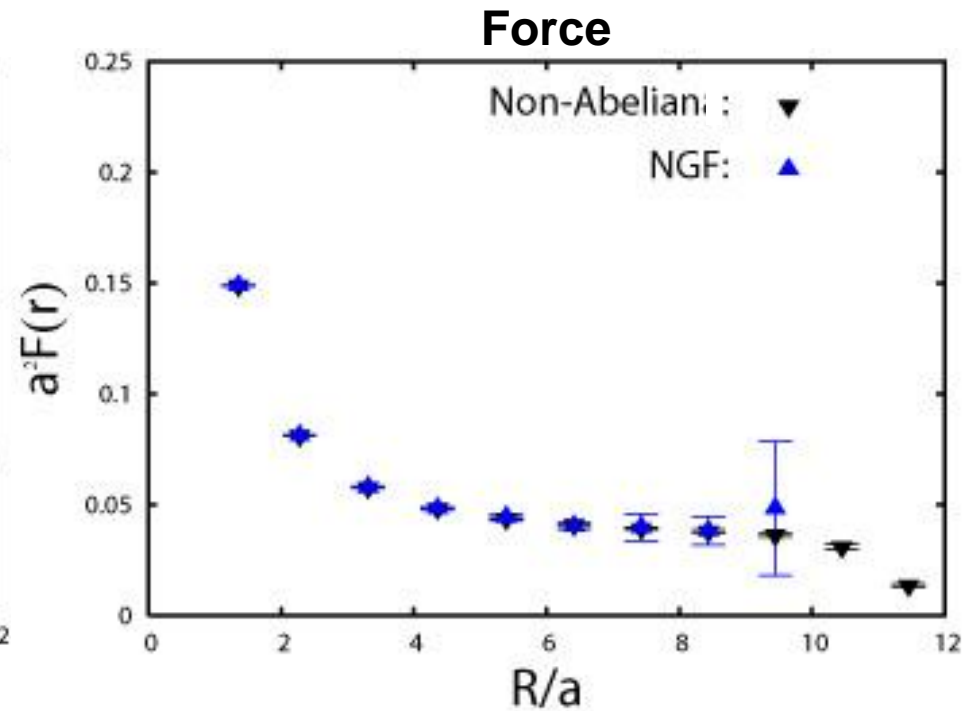
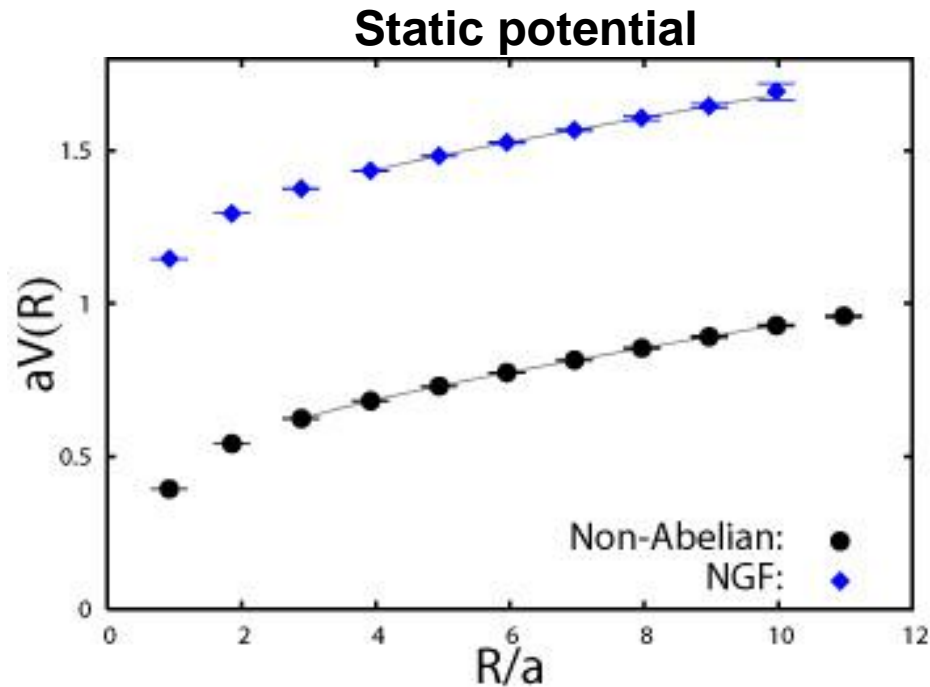
$$\beta = 2.5. \quad a(\beta) = .082(2)[\text{fm}]$$

Multi level method with $N_s = 6$.

Abelian Polyakov loop operators:

$$P_A(s) = \exp\left[i \sum_{i=0}^{N-1} \theta_4(\vec{s} + i\hat{4})\right].$$

Abelian static potential and force without gauge-fixing



	σa^2	c	FR(r/a)	χ^2/N_{df}	N_{iup}
NA	0.0348(7)	0.243(6)	3 - 10	0.03	15000
A-NGF	0.0352(16)	0.231(39)	4 - 10	0.06	160000

Gauge-fixingしない場合にもAbelian dominanceが観測された！

Monopole dominance

Hodge decomposition:

$$\theta_4(s) = - \sum_{s'} D(s - s') [\partial'_\nu \theta_{\nu 4}(s') + \partial_4(\partial'_\nu \theta_\nu(s'))],$$

$D(s - s')$: the lattice Coulomb propagator

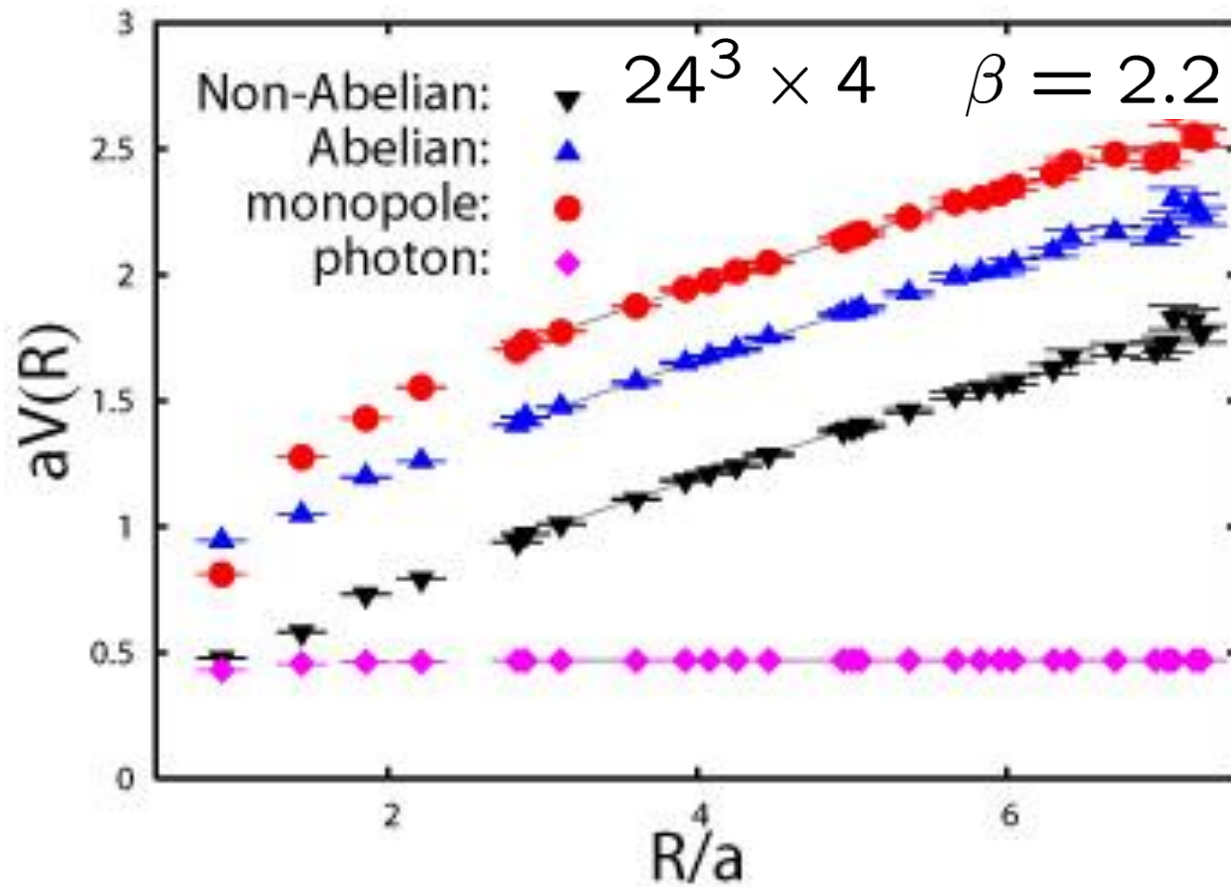
$$P_A = P_1 \cdot P_2 = (\text{photon part}) \cdot (\text{monopole part})$$

$$P_1 = \exp\left\{-i \sum_{i=1}^{N_4} \sum_{s'} D(s + (i-1)\hat{4} - s') \partial'_\nu \bar{\theta}_{\nu 4}(s')\right\},$$

$$P_2 = \exp\left\{-2\pi i \sum_{i=1}^{N_4} \sum_{s'} D(s + (i-1)\hat{4} - s') \partial'_\nu n_{\nu 4}(s')\right\}.$$

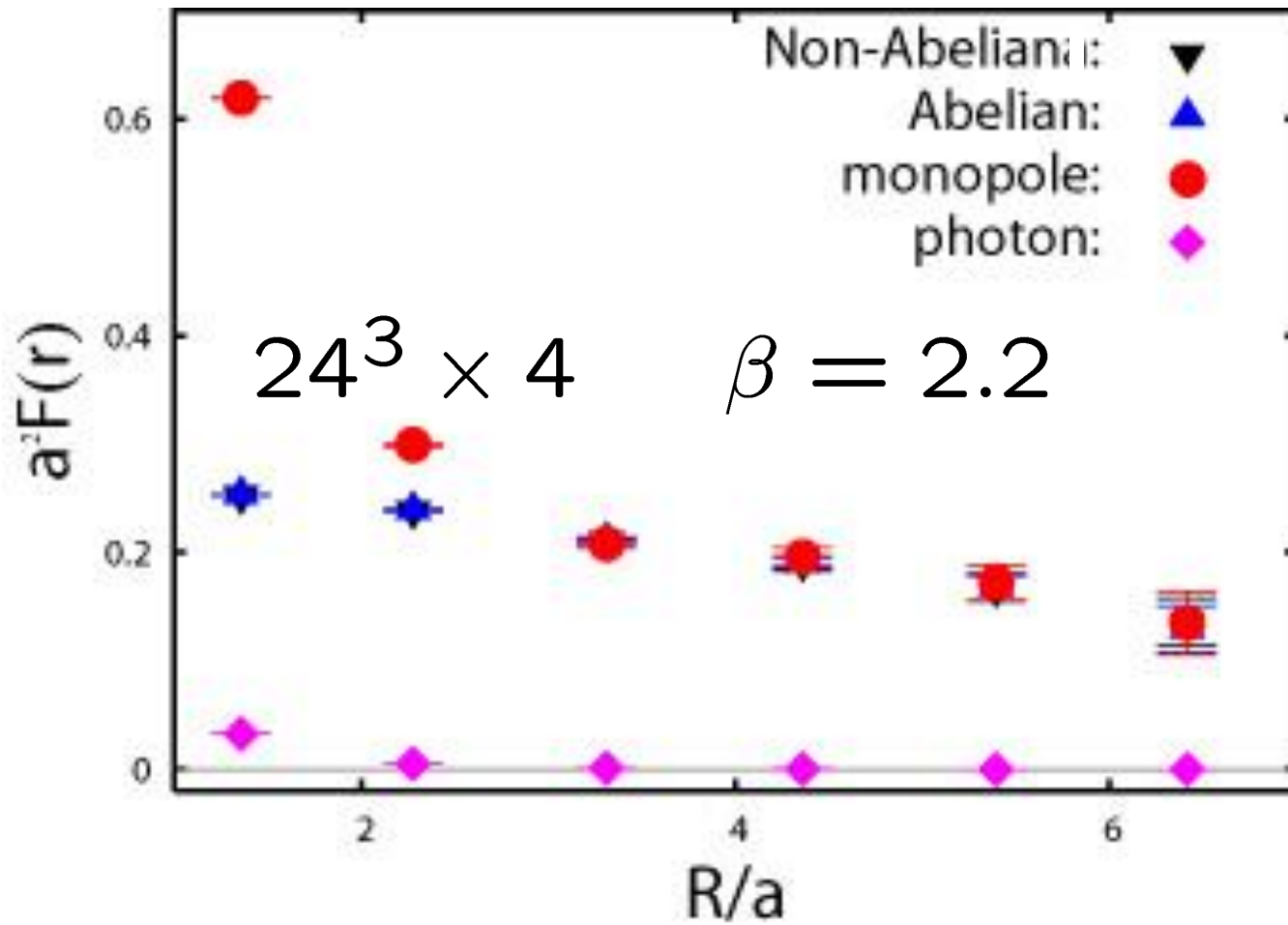
**Coulomb propagatorはnon-localなので、multi-level法を適用出来ない
→random gauge transformationの方法を採用**

Abelian, monopole and photon static potentials



6000 thermalized conf. を使い、各 conf. に対して1000 random gauge transformation を実行。

Forces



String tensions

$24^3 \times 4$ $\beta = 2.2$	σa^2	c	fit range(r/a)	χ^2/m
NA	0.181(8)	0.25(15)	3.92 - 8.50	1.00
A-NGF	0.183(8)	0.20(15)	3.92 - 8.23	1.00
M-NGF	0.183(6)	0.25(11)	3.92 - 6.71	0.98
P-NGF	-0.0002(1)	0.010(1)	4.94 - 9.44	1.02

**Gauge-fixingしない場合にもAbelian dominance
同様にMonopole dominance が観測された！**

Summary and Outlooks

- 格子QCDを用いて、双対超伝導体描像に基づく閉じ込め機構の検証を行なった。
- ゲージ依存性問題に焦点を当て、これまで見ることが出来なかったlocal unitary gaugeの場合やgauge固定無しの場合にも双対超伝導体描像が成立することを確認(連続極限を見る必要あり)。
- 今後は
 - より定量的な研究、および解析的に制御可能な赤外有効理論の構築
 - カイラル対称性の自発的破れと閉じ込めの関係について
 - 有限温度相転移(高温相でのmonopoleの役割)について